

## 微纳操控系统的增益调度超前抗饱和控制

杨晓健, 张扬名, 闫鹏

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191)



**摘要:** 针对具有执行器饱和的微纳操控系统, 提出一种增益调度的抗饱和和补偿策略。将饱和程度划分为多个范围, 每个范围设计对应的补偿器, 再利用线性矩阵不等式的方法进行求解, 并根据控制器输出值与补偿器状态值在线自动切换补偿器参数。同时将增益调度策略与超前驱动抗饱和和设计结合, 提高控制系统的暂态性能。通过稳定性分析, 保证了增益调度抗饱和系统达到 Lyapunov 意义下稳定, 且得到比非增益调度法更好的局部性能指标。最后, 通过仿真和实时实验, 验证了这种抗饱和和补偿策略能够有效地减少执行器饱和造成的系统性能损失。

**关键词:** 执行器饱和; 微纳操控; 增益调度; 超前抗饱和

中图分类号: TP29

文献标识码: A

## Gain Scheduled Dynamic Anti-windup with Anticipatory Activation for Nano-positioning systems

YANG Xiao-jian, ZHANG Yang-ming, YAN Peng

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

**Abstract:** This paper presents a gain scheduled dynamic anti-windup compensation strategy for LTI systems with actuator saturation. In the proposed scheme, the saturation nonlinearity is divided into different levels, and the corresponding scheduled anti-windup compensators are designed by using a LMI based synthesis procedure. Furthermore, the switching among the different scheduled anti-windup compensators depends on the output of the controller and the states of compensators. The asymptotic stability of the closed-loop system is analyzed, and a better local L2 performance level can be achieved compared with the non-scheduled design. Based on a nano-positioning stage, the simulation examples and real time experimental results are provided to illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** Actuator saturation; nano-manipulation; gain scheduling; anticipatory anti-windup

### 1 引言

近年来, 随着研究领域不断地从宏观尺度向微观尺度发展, 人类的操作对象也不断朝着小型化、微型化的方向发展<sup>[1-2]</sup>。其中, 微纳操控技术已经成为现代精密工业中的一项核心技术, 并被广泛应用于高分辨率成像、信息存储和半导体工业等现代新兴产业中<sup>[3-4]</sup>。

基于柔性机构<sup>[5]</sup>设计的纳米操控平台是一种典型的微纳操控系统, 这类平台多依靠材料的弹性形变来传递机械运动, 从而克服了传统机械系统的不足, 具有无摩擦、无间隙、重复性强等优点。用于驱动纳米操控平台的压电陶瓷驱动器也具有高分辨率、高带宽、带载能力强等优点<sup>[6]</sup>。微纳操控系统的纳米级精度定位和跟踪控制的要求对现有控制理论也带来了更多的挑战<sup>[7]</sup>。由于使用柔性机械结构以及特殊的驱动器, 对微纳操控系统的分析和控制有别于一般的机电一体化系统, 针对微纳操控系统的控制算法很难一步实现。

执行器饱和是微纳操控系统中最常见的非线性

收稿日期: 2015-09-07; 修回日期: 2016-02-18

基金项目: 国家自然科学基金(61327003); 中央高校基础科研业务经费项目(10062014YWF-14-ZDHXY-018)。

作者简介: 杨晓健(1991-), 男, 河北沧州人, 研究生, 主要研究方向为超精密伺服系统的控制技术; 张扬名(1987-), 男, 湖南郴州人, 博士生, 主要研究方向为自适应控制; 闫鹏(1975-), 男, 山东莱阳人, 博士, 教授, 博士生导师, 中组部“青年千人计划”入选者, 主要从事超精密机电一体化系统的设计、分析和伺服控制技术等方面的教学与科研工作。

性特性之一。当微纳操控系统进行大行程运动时，由于外部干扰或控制器超调过大就可能导致执行器饱和和问题发生。执行器饱和出现会导致控制器暂时或永久的失灵，轻则造成系统性能大幅下降，重则使得系统发散。如何在控制输入存在约束的情况下尽可能利用控制器能力，提高控制效率，是当前研究的热点<sup>[8]</sup>。抗饱和补偿法（Anti-Windup）是解决执行器饱和问题的主流方法，其思路为：首先不考虑系统的饱和和特性，为系统设计控制器，保证执行器未饱和时系统的稳定性和性能要求；然后为系统设计抗饱和补偿器，使得执行器发生饱和时系统依然稳定且性能损失尽可能小<sup>[9-11]</sup>。近年来抗饱和和补偿法研究的重点在于提高补偿器的性能，其中，文献[12]提出了一种滞后驱动的抗饱和补偿器设计方法，补偿器的输入晚于饱和现象的发生，使得控制器在饱和限制下尽可能的发挥作用；文献[13]在文献[12]的基础上提出超前驱动的抗饱和补偿器，并提出了以最大化系统吸引域为目标的抗饱和和补偿器设计方法；文献[14]提出一种包含直接驱动和滞后驱动的多补偿器并行工作的结构。超前和滞后驱动的补偿器设计是在补偿器触发时机上进行优化，其优点是求解过程简单，但由于补偿器超前或滞后的大小会影响系统在不同工作区间内的性能，因此对于不同系统和不同的工作区间，使用单纯的超前滞后抗饱和设计方法不能保证系统性能一定会提高。

增益调度法是有效提高抗饱和补偿性能的方法之一，其中，文献[15]研究了一种增益调度的抗饱和补偿器设计方法，根据补偿器状态进行增益调度，实现简单，但对补偿器形式要求严格；文献[16]提出了一种使用超前驱动抗饱和补偿器和增益调度控制器的抗饱和补偿策略，根据控制输出进行增益调度，能够提高系统性能，但不能保证当前系统轨迹位于所选择控制器保证的系统稳定区域内，有可能使得系统轨迹超出最大稳定区域，引起系统发散。

为克服当前增益调度抗饱和研究的一些不足，并提高抗饱和和补偿器的性能，本文以微纳操控平台为例，针对包含饱和和非线性的一般线性系统，提出一种适用于直接驱动和超前驱动形式的增益调度抗饱和补偿器设计方法，并对包含抗增益调度饱和补偿器的系统进行稳定性分析，提出系统达到Lyapunov意义下稳定的条件。最终通过仿真及微纳操控平台的实时实验结果，验证了该方法的有效性。

## 2 问题描述

本章首先对微纳操控平台系统的基本结构进

行描述，并从微纳操控平台的控制问题出发，对一般系统的抗饱和和补偿控制问题进行了概括。

### 2.1 微纳操控平台系统描述

本文研究的三自由度柔性微纳操控平台，由下方的X-Y二自由度平台以及安装在X-Y平台上的Z方向平台组成。平台每个方向都安装有堆叠式压电陶瓷驱动器，用来驱动中心平台进行X-Y-Z三自由度的平移运动。在中心平台上还安装了3个1.2 nm分辨率的光栅传感器，用于实时监测中心平台的位置信息，如图1所示。

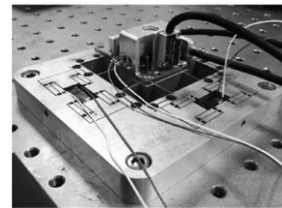


图1 三自由度微纳操控平台  
Fig. 1 3-DOF nano-positioning stage

X-Y平台主要包含2个部分：外部含有2个复合桥式放大机构，用于放大压电陶瓷驱动器的输出位移；内部含有一个移动平台以及连接平台的板簧，这种并联对称的板簧结构可以增加机械系统的刚度和抗干扰能力。其机械结构示意图，如图2所示。

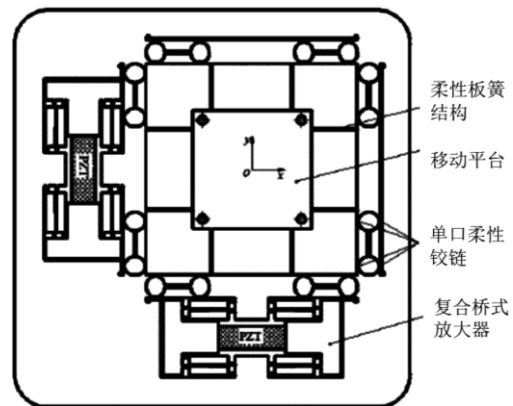


图2 X-Y平台机械结构示意图  
Fig. 2 Schematic diagram of the X-Y nano-stage

Z平台主要部分也是桥式位移放大机构以及柔性板簧机构，机械结构示意图，如图3所示。

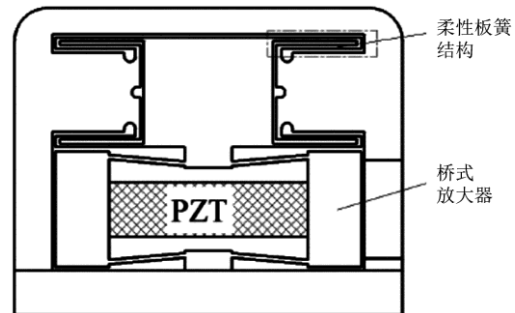


图3 Z平台机械结构示意图  
Fig. 3 Schematic diagram of the Z nano-stage

### 2.2 抗饱和和控制问题描述

当不考虑执行器饱和等问题时，微纳操控平台可以近似等效为一个二阶线性系统<sup>[2]</sup>，有鉴于此，本文考虑一个更一般的动力学系统，其状态空间可以表述为

$$\Sigma_p : \begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x_p + D_{11} w + D_{12} u \\ y = C_2 x_p + D_{21} w + D_{22} u \end{cases} \quad (1)$$

式中， $x_p$  为状态变量； $w$  为扰动输入信号； $u$  为控制输入信号； $z$  为性能输出信号； $y$  为量测输出信号； $A_p$ 、 $B_1$ 、 $B_2$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $D_{11}$ 、 $D_{12}$ 、 $D_{21}$  和  $D_{22}$  为适当维数的矩阵。

对式(1)所示系统模型设计控制器可设计控制器如下：

$$\Sigma_c : \begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_{cw} w + B_{cy} y \\ u = C_c x_c + D_{cw} w + D_{cy} y \end{cases} \quad (2)$$

式中， $x_c$  为控制器状态变量； $u$  为控制器输出信号； $w$  为扰动输入信号； $y$  为量测输出信号。

考虑系统的执行器饱和问题时，控制器输出与被控对象输入之间的关系等效为一个饱和非线性环节，假设执行器饱和约束为  $\pm 1$ ，有：

$$u = \text{sat}(u) = \begin{cases} 1, & u > 1 \\ u, & -1 \leq u \leq 1 \\ -1, & u < -1 \end{cases}$$

抗饱和和补偿问题可描述为：当由(2)出现执行器饱和时，设计补偿信号  $\eta_1$ 、 $\eta_2$  对控制器的状态和输出进行补偿，使得补偿后系统达到稳定，因执行器饱和造成的系统性能损失尽可能小。

因而，式(2)可以改写为

$$\bar{\Sigma}_c : \begin{cases} \dot{x}_c = A_c x_c + B_{cw} w + B_{cy} y + \eta_1 \\ u = C_c x_c + D_{cw} w + D_{cy} y + \eta_2 \end{cases}$$

式中，补偿信号  $\eta_1$ 、 $\eta_2$  由以下动态抗饱和和补偿器产生：

$$\Sigma_{aw} : \begin{cases} \dot{x}_{aw} = A_{aw} x_{aw} + B_{aw} (\text{sat}(u) - u) \\ \eta = C_{aw} x_{aw} + D_{aw} (\text{sat}(u) - u) \end{cases} \quad (3)$$

式中， $x_{aw}$  为补偿器状态变量； $\eta$  为补偿器输出。

由此，抗饱和和补偿问题就归结为求解合适的补偿器参数矩阵  $A_{aw}$ 、 $B_{aw}$ 、 $C_{aw}$  和  $D_{aw}$ ，保证闭环系统稳定且满足一定性能要求。

### 3 抗饱和和补偿器设计

整个闭环系统的控制结构，主要由控制器模块

$\bar{\Sigma}_c$ 、补偿器模块  $\Sigma_{aw}$ 、输入饱和  $\text{sat}(\cdot)$  以及被控对象  $\Sigma_p$  4 部分组成，如图 4 所示。

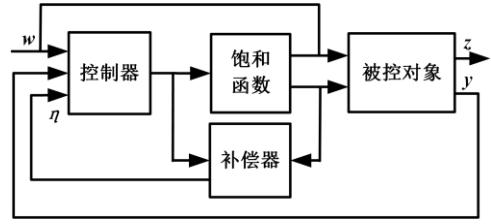


图 4 抗饱和和补偿控制系统框图

Fig. 4 Diagram of the anti-windup control system

设闭环系统整体的状态变量为  $x^T = [x_p^T, x_c^T, x_{aw}^T]^T$ ，则系统可表示为

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = Ax + B_w w + (B_q - B_\eta \Lambda) q \\ z = C_z x + D_{zw} w + (D_{zq} - D_{z\eta} \Lambda) q \\ u = C_u x + D_{uw} w + (D_{uq} - D_{u\eta} \Lambda) q \end{cases} \quad (4)$$

式中， $q = \text{sat}(u) - u = \text{dzn}(u)$ ，其他矩阵分别为

$$\begin{aligned} \Lambda &= [B_{aw}^T, D_{aw}^T]^T, \quad A = \begin{bmatrix} \hat{A} & B_\eta C_{aw} \\ 0 & A_{aw} \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} \hat{B}_w \\ 0 \end{bmatrix}, \\ B_q &= \begin{bmatrix} \hat{B}_q \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_\eta = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{B}_\eta \\ -I & 0 \end{bmatrix}, \quad C_z = [\hat{C}_z \quad D_{z\eta} C_{aw}], \\ D_{zw} &= \hat{D}_{zw}, \quad D_{zq} = \hat{D}_{zq}, \quad D_{z\eta} = [0 \quad -\hat{D}_{z\eta}], \quad D_{uw} = \hat{D}_{uw}, \\ D_{uq} &= \hat{D}_{uq}, \quad D_{u\eta} = [0 \quad -\hat{D}_{u\eta}], \quad C_u = [\hat{C}_u \quad D_{u\eta} C_{aw}], \\ \hat{A} &= \begin{bmatrix} A_p + B_2 D_{cy} C_2 & B_2 C_c \\ B_{cy} C_2 & A_c \end{bmatrix}, \\ \hat{B}_w &= \begin{bmatrix} B_2 (D_{cy} D_{21} + D_{cw}) \\ B_{cy} D_{21} + B_{cw} \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_q = \begin{bmatrix} -B_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{B}_\eta &= \begin{bmatrix} 0 & B_2 \\ I & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{C}_z = [C_1 + D_{12} D_{cy} C_2 \quad D_{12} C_c], \\ \hat{D}_{zw} &= D_{11} + D_{12} D_{cy} D_{21} + D_{12} D_{cw}, \quad \hat{D}_{zq} = -D_{12}, \\ \hat{D}_{z\eta} &= [0 \quad D_{12}], \quad \hat{C}_u = [D_{cy} C_2 \quad C_c], \\ \hat{D}_{uw} &= D_{cy} D_{21} + D_{cw}, \quad \hat{D}_{uq} = 0, \quad \hat{D}_{u\eta} = [0 \quad I] \end{aligned}$$

对于以上闭环系统可采用线性矩阵不等式方法计算补偿器。

#### 3.1 经典 LMI 抗饱和和补偿器设计

为了后续增益调度抗饱和和补偿器设计和证明，首先引入经典抗饱和和补偿器设计方法。

**引理 1**<sup>[12]</sup>(直接驱动抗饱和和补偿器设计) 如果存在正定对称矩阵  $Y$ 、 $S$ ，标量  $\hat{M} > 0$ ，以及矩阵  $\hat{F}_1$ 、 $\hat{F}_2$ 、 $\hat{F}_3$ 、 $\hat{F}_4$  满足下列 LMI (5)，则如式(4)所示的闭环系统稳定且从  $w$  到  $z$  的  $L_2$  增益小于  $\gamma$ ， $\gamma > 0$ ，抗饱和和补偿器的参数矩阵分别为

$$A_{aw} = \hat{F}_1 S^{-1}, \quad B_{aw} = \hat{F}_3 \hat{M}^{-1}, \quad C_{aw} = \hat{F}_2 S^{-1}, \quad D_{aw} = \hat{F}_4 M^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & * & * & * & * \\ \Omega_{12}^T & \widehat{F}_1 + \widehat{F}_1^T & * & * & * \\ \widehat{B}_w^T & 0 & -\gamma I & * & * \\ \Omega_{41} & \Omega_{42} & \widehat{D}_{zw} & -\gamma I & * \\ \Omega_{51} & \Omega_{52} & \widehat{D}_{uw} & \Omega_{54} & \Omega_{55} \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

式中,

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= \widehat{A}Y + Y\widehat{A}^T + B_\eta \widehat{F}_2 + \widehat{F}_2^T B_\eta^T \\ \Omega_{12} &= \widehat{A}S + B_\eta \widehat{F}_2 + \widehat{F}_1^T \\ \Omega_{41} &= \widehat{C}_z Y + \widehat{D}_{z\eta} \widehat{F}_2 \\ \Omega_{42} &= \widehat{C}_z S + \widehat{D}_{z\eta} \widehat{F}_2 \quad \Omega_{51} = \widehat{C}_u Y + M B_q^T + \widehat{F}_4^T B_\eta^T + D_{u\eta} \widehat{F}_2 \\ \Omega_{52} &= \widehat{F}_3^T + \widehat{C}_u S + \widehat{D}_{u\eta} \widehat{F}_2 \\ \Omega_{54} &= M \widehat{D}_{zq} + \widehat{F}_4^T \widehat{D}_{z\eta}^T \\ \Omega_{55} &= -2\widehat{M} + \widehat{D}_{uq} \widehat{M} + \widehat{M} \widehat{D}_{uq}^T + \widehat{D}_{u\eta} \widehat{F}_4 + \widehat{F}_4^T \widehat{D}_{u\eta}^T \end{aligned}$$

文献[13]提出了超前抗饱和结构的补偿器, 这种抗饱和补偿设计比直接驱动型抗饱和设计能够更加有效的提高系统性能, 系统结构, 如图5所示。

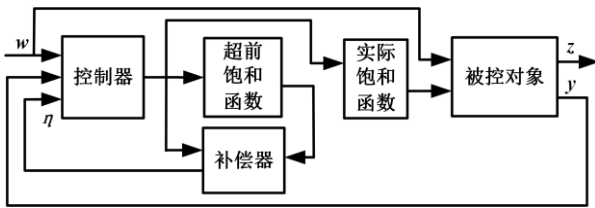


图5 超前驱动抗饱和和补偿控制系统框图  
Fig. 5 Diagram of the anticipatory activation anti-windup control system

设

$$g \in [1, g_a], g_a > 1, B_2(g) = gB_2, D_{12}(g) = gD_{12}$$

将其代入式(4)中相应矩阵, 那么图5所示闭环系统可表示为

$$\Sigma_a : \begin{cases} \dot{x} = A(g)x + B_w(g)w + (B_q(g) - B_\eta(g)\Lambda)q \\ z = C_z(g)x + D_{zw}(g)w + (D_{zq}(g) - D_{z\eta}(g)\Lambda)q \\ u = C_u(g)x + D_{uw}(g)w + (D_{uq}(g) - D_{u\eta}(g)\Lambda)q \end{cases} \quad (6)$$

超前抗饱和和补偿器参数矩阵可用如下方法计算, 对应参数矩阵的具体表示形式和式(5)中的矩阵变量类似。

引理 2<sup>[18]</sup> 如果存在正定对称矩阵  $Y$ 、 $S$ , 标量  $\widehat{M} > 0$  及矩阵  $\widehat{F}_1$ 、 $\widehat{F}_2$ 、 $\widehat{F}_3$ 、 $\widehat{F}_4$  满足下列 LMI(7)和(8), 则如式(6)所示的闭环系统稳定且从  $w$  到  $z$  的  $L_2$  增益小于  $\gamma, \gamma > 0$ , 抗饱和和补偿器参数矩阵分别为  $A_{aw} = \widehat{F}_1 S^{-1}, B_{aw} = \widehat{F}_3 \widehat{M}^{-1}, C_{aw} = \widehat{F}_2 S^{-1}, D_{aw} = \widehat{F}_4 M^{-1}$ 。

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11}(g) & * & * & * & * \\ \Omega_{12}^T(g) & \widehat{F}_1 + \widehat{F}_1^T & * & * & * \\ \widehat{B}_w^T & 0 & -\gamma I & * & * \\ \Omega_{41}(g) & \Omega_{42}(g) & \widehat{D}_{zw} & -\gamma I & * \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

式中,  $g = 1$ 。

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11}(g) & * & * & * & * \\ \Omega_{12}^T(g) & \widehat{F}_1 + \widehat{F}_1^T & * & * & * \\ \widehat{B}_w^T & 0 & -\gamma I & * & * \\ \Omega_{41}(g) & \Omega_{42}(g) & \widehat{D}_{zw} & -\gamma I & * \\ \Omega_{51}(g) & \Omega_{52}(g) & \widehat{D}_{uw} & \Omega_{54}(g) & \Omega_{55}(g) \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

式中,  $g = 1$  或  $g = g_a$ 。

### 3.2 增益调度补偿器设计

由于引理 1、2 均使用全局的扇形区域条件来计算补偿器参数, 设计的补偿器常常具有过于保守的问题<sup>[9]</sup>。为了减少保守性, 提高系统性能, 本文采用增益调度的方法, 将全局扇形条件进行分块划分, 对每一个区域设计一个补偿器, 然后根据饱和程度的大小使用不同的补偿器参数, 从而提高控制系统性能。

设系统满足局部扇形区域条件<sup>[19]</sup> $[0, \varepsilon_i]$ , 其中,  $i = 1, 2, \dots, n, 0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \dots < \varepsilon_n = 1$ , 可用如下方法获得每个满足局部扇形区域条件的补偿器参数矩阵。

定理 1 如果存在正定对称矩阵  $Y$ 、 $S$ , 标量  $M > 0$ , 以及矩阵  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$  满足式(9)的 LMI 时, 则如式(4)所示的闭环系统满足局部扇形区域条件  $\varepsilon_i$  时, 系统稳定且从  $w$  到  $z$  的  $L_2$  增益小于  $\gamma, \gamma > 0$ , 抗饱和和补偿器的参数矩阵分别为

$$A_{aw} = F_1 S^{-1}, B_{aw} = F_3 M^{-1}, C_{aw} = F_2 S^{-1}, D_{aw} = F_4 M^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & * & * & * & * \\ \Omega_{12}^T & F_1 + F_1^T & * & * & * \\ \widehat{B}_w^T & 0 & -\gamma I & * & * \\ \Omega_{41} & \Omega_{42} & \widehat{D}_{zw} & -\gamma I & * \\ \bar{\Omega}_{51} & \bar{\Omega}_{52} & \varepsilon_i \widehat{D}_{uw} & \bar{\Omega}_{54} & \bar{\Omega}_{55} \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

$$\bar{\Omega}_{51} = \varepsilon_i \widehat{C}_u Y + M B_q^T + F_4^T B_\eta^T + \varepsilon_i D_{u\eta} F_2$$

$$\bar{\Omega}_{52} = F_3^T + \varepsilon_i \widehat{C}_u S + \varepsilon_i \widehat{D}_{u\eta} F_2$$

$$\bar{\Omega}_{54} = M \widehat{D}_{zq} + F_4^T \widehat{D}_{z\eta}^T$$

$$\bar{\Omega}_{55} = -2M + \varepsilon_i (\widehat{D}_{uq} \widehat{M} + \widehat{M} \widehat{D}_{uq}^T + \widehat{D}_{u\eta} F_4 + F_4^T \widehat{D}_{u\eta}^T)$$

证明 设闭环系统二次 Lyapunov 函数为  $V(x) = x^T Q^{-1} x$ , 其中,

$$Q = \begin{bmatrix} Y & S \\ S & S \end{bmatrix}$$

不发生执行器饱和时, 式(4)所示系统稳定且从  $w$  到  $z$  的  $L_2$  增益小于  $\gamma$  的条件为

$$\frac{dV(x)}{dx} + \gamma^{-1} z^T z - \gamma w^T w < 0$$

系统具有执行器饱和且满足局部扇形区域条件  $[0, \varepsilon_i]$  时, 有<sup>[19]</sup>:

$$q^T(\varepsilon_i u - q) > 0$$

利用 S-过程可以得到：

$$\frac{dV(x)}{dx} + \gamma^{-1} z^T z - \gamma w^T w + 2q^T W(\varepsilon_i u - q) < 0$$

式中， $M = W^{-1}$ 。

将式(4)中相关变量代入上式，即可展开成为式(9)，证毕。

定理 1 采用了和引理 1 类似的过程来求解补偿器参数，二者之间的区别在于定理 1 引入了一个可变的局部扇形区域条件边界  $\varepsilon_i$ 。文献[14]中提出，当被控对象稳定时，满足引理 1 的补偿器参数矩阵一定存在。那么，对于定理 1，该条件是否对任意  $\varepsilon_i$  成立，对于这一点，可以得到如下推论。

**推论 1** 若式(5)的解存在，则对任意局部扇形区域条件  $[0, \varepsilon_i]$ ， $0 < \varepsilon_i \leq 1$ ，式(9)的解一定存在。

**证明** 将式(5)左半边矩阵进行分块处理，设存在  $\hat{M}$ 、 $\hat{F}_4$  使式(5)成立，则：

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{12}^T & \Psi_{22} \end{bmatrix} < 0$$

式中，

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{12}^T & \Psi_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & * & * & * & * \\ \Omega_{12}^T & \hat{F}_1 + \hat{F}_1^T & * & * & * \\ \hat{B}_w^T & 0 & -\gamma I & * & * \\ \Omega_{41} & \Omega_{42} & \hat{D}_{zw} & -\gamma I & * \\ \Omega_{51} & \Omega_{52} & \hat{D}_{uw} & \Omega_{54} & \Omega_{55} \end{bmatrix}$$

由 Schur 补定理可有：

$$\Psi_{11} - \Psi_{12} \Psi_{22}^{-1} \Psi_{12}^T < 0 \tag{10}$$

对式(9)中变量进行替换：

$$M = \varepsilon_i \bar{M}, F_3 = \varepsilon_i \bar{F}_3, F_4 = \varepsilon_i \bar{F}_4 a$$

并对式(9)中左半边矩阵进行以下处理：

$$\bar{\Omega}_{51} = \varepsilon_i (\hat{C}_u Y + \bar{M} B_q^T + \bar{F}_4^T B_w^T + D_{uw} F_2)$$

$$\bar{\Omega}_{52} = \varepsilon_i (\bar{F}_3^T + \hat{C}_u S + \hat{D}_{uw} F_2)$$

$$\bar{\Omega}_{54} = \varepsilon_i (\bar{M} \hat{D}_{zq} + \bar{F}_4^T \hat{D}_{z\eta}^T)$$

$$\bar{\Omega}_{55} = \varepsilon_i^2 \left( -\frac{2}{\varepsilon} \bar{M} + \hat{D}_{uq} \bar{M} + \bar{M} \hat{D}_{uq}^T + \hat{D}_{u\eta} \bar{F}_4 + \bar{F}_4^T \hat{D}_{u\eta}^T \right)$$

将  $\varepsilon_i$  提取出来，并进行分块处理，有：

$$\begin{bmatrix} \bar{\Psi}_{11} & \varepsilon_i \bar{\Psi}_{12} \\ \varepsilon_i \bar{\Psi}_{12}^T & \varepsilon_i^2 \bar{\Psi}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & * & * & * & * \\ \bar{\Omega}_{12}^T & F_1 + F_1^T & * & * & * \\ \hat{B}_w^T & 0 & -\gamma I & * & * \\ \bar{\Omega}_{41} & \bar{\Omega}_{42} & \hat{D}_{zw} & -\gamma I & * \\ \bar{\Omega}_{51} & \bar{\Omega}_{52} & \varepsilon_i \hat{D}_{uw} & \bar{\Omega}_{54} & \bar{\Omega}_{55} \end{bmatrix} \tag{11}$$

令式(5)和式(9)中的变量满足  $\hat{M} = \bar{M}$ ， $\hat{F}_1 = F_1$ ， $\hat{F}_2 = F_2$ ， $\hat{F}_3 = \bar{F}_3$ ， $\hat{F}_4 = \bar{F}_4$ ，则  $\Psi_{11} = \bar{\Psi}_{11}$ ， $\Psi_{12} = \bar{\Psi}_{12}$ ，又因为：

$$\Psi_{22} = -2\hat{M} + \hat{D}_{uq} \hat{M} + \hat{M} \hat{D}_{uq}^T + \hat{D}_{u\eta} \hat{F}_4 + \hat{F}_4^T \hat{D}_{u\eta}^T$$

$$\bar{\Psi}_{22} = -\frac{2}{\varepsilon} \bar{M} + \hat{D}_{uq} \bar{M} + \bar{M} \hat{D}_{uq}^T + \hat{D}_{u\eta} \bar{F}_4 + \bar{F}_4^T \hat{D}_{u\eta}^T$$

$$0 < \varepsilon < 1, \hat{M} = \bar{M} > 0$$

因此  $\bar{\Psi}_{22} < \Psi_{22} < 0$ 。

对式(11)使用 Schur 补，可得：

$$\bar{\Psi}_{11} - \bar{\Psi}_{12} \bar{\Psi}_{22}^{-1} \bar{\Psi}_{12}^T < \Psi_{11} - \Psi_{12} \Psi_{22}^{-1} \Psi_{12}^T < 0$$

因此，式(5)成立时，式(9)成立一定满足，证毕。

定理 1 和推论 1 所描述的都是直接驱动抗饱和和补偿器的求解问题，超前驱动的情况与直接驱动的情况基本相同，求解过程如下：

**推论 2** 如果存在正定对称矩阵  $Y$ ， $S$ ，标量  $M > 0$ ，以及矩阵  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ 、 $F_4$  满足式(7)和式(12)的 LMI 时，则如式(6)所示的闭环系统满足局部扇形区域条件  $[0, \varepsilon_i]$  时，系统稳定且从  $w$  到  $z$  的  $L_2$  增益小于  $\gamma$ ，抗饱和和补偿器的参数矩阵分别为

$$\begin{aligned} A_{aw} &= F_1 S^{-1}, B_{aw} = F_3 M^{-1}, C_{aw} = F_2 S^{-1}, D_{aw} = F_4 M^{-1} \\ \begin{bmatrix} \Omega_{11}(g) & * & * & * & * \\ \Omega_{12}^T(g) & F_1 + F_1^T & * & * & * \\ \hat{B}_w^T & 0 & -\gamma I & * & * \\ \Omega_{41}(g) & \Omega_{42}(g) & \hat{D}_{zw} & -\gamma I & * \\ \bar{\Omega}_{51}(g) & \bar{\Omega}_{52}(g) & \varepsilon_i \hat{D}_{uw} & \bar{\Omega}_{54}(g) & \bar{\Omega}_{55}(g) \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \tag{12}$$

式中， $g=1$  或  $g=g_a$ 。

### 3.3 增益调度策略实现

在不使用增益调度的情况下，根据引理 1、引理 2 可知，系统满足 Lyapunov 稳定条件；根据定理 1，系统非线性部分满足局部扇形区域条件时，系统依然满足 Lyapunov 稳定条件。在使用增益调度的情况下，系统要根据情况实时改变补偿器参数，尽管每一个补偿器都可以使得系统满足 Lyapunov 稳定条件，但整体使用增益调度的系统并不一定稳定。为保证系统能够实现渐进稳定，需要对补偿器参数求解增加新的约束条件。下面以直接驱动抗饱和和为例给出增益调度抗饱和和补偿器稳定性约束条件，该条件对超前驱动的情况同样适用。

**推论 3** 若引理 1（或引理 2）所描述的全局抗饱和和补偿器存在，且通过引理 1（或引理 2）得到的一组矩阵  $Y, S$  的取值为  $Y_n, S_n$ ，则存在常数  $k, 0 < k < 1$ ，使得定理 1（或推论 2）描述的抗饱和和补偿问题存在一组可行解满足：

$$Y = kY_n, S = kS_n \tag{13}$$

此时, 通过增益调度抗饱和和补偿器能够保证系统满足 Lyapunov 稳定。

**证明** 以直接驱动情况为例, 由推论 1 可知, 式(5)存在解时, 式(9)的解一定存在。因此不妨设式(5)的关于  $Y$ 、 $S$  一组解为  $Y_n$ 、 $S_n$ , 则  $Y_n$ 、 $S_n$  也是式(9)的一组解。

对式(9)矩阵进行相似变换并进行分块处理, 变换矩阵为

$$\Gamma = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

得到:

$$\left[ \begin{array}{c|c} \Theta_{11} & \Theta_{12} \\ \hline \Theta_{12}^T & \Theta_{22} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccc|c} \Omega_{11} & * & * & * & * \\ \Omega_{12}^T & F_1 + F_1^T & * & * & * \\ \Omega_{41} & \Omega_{42} & -\gamma I & * & * \\ \bar{\Omega}_{51} & \bar{\Omega}_{52} & \bar{\Omega}_{54} & \bar{\Omega}_{55} & * \\ \hline \hat{B}_w^T & 0 & \hat{D}_{zw}^T & \varepsilon_i \hat{D}_{uw}^T & -\gamma I \end{array} \right] \quad (14)$$

由推论 1 知满足式(5)的解一定能令式(9)成立, 因此根据 Schur 补定理, 对于变换后矩阵(14)有:

$$\Theta_{11} - \Theta_{12} \Theta_{22}^{-1} \Theta_{12}^T < 0$$

在式(9)中, 各个变量均可以进行如下变换:

$$F_1 = k\tilde{F}_1, F_2 = k\tilde{F}_2, F_3 = k\tilde{F}_3, F_4 = k\tilde{F}_4$$

$$M = k\tilde{M}, \gamma = k\tilde{\gamma}, Y = k\tilde{Y}, S = k\tilde{S}, k \neq 0$$

使用变换后的变量替换式(9)矩阵中的相关变量, 并进行相似变换和分块处理, 可得到:

$$\left[ \begin{array}{c|c} k\tilde{\Theta}_{11} & \tilde{\Theta}_{12} \\ \hline \tilde{\Theta}_{12}^T & k\tilde{\Theta}_{22} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccc|c} k\tilde{\Omega}_{11} & * & * & * & * \\ k\tilde{\Omega}_{12}^T & k\tilde{F}_1 + k\tilde{F}_1^T & * & * & * \\ k\tilde{\Omega}_{41} & k\tilde{\Omega}_{42} & -k\tilde{\gamma}I & * & * \\ k\tilde{\Omega}_{51} & k\tilde{\Omega}_{52} & k\tilde{\Omega}_{54} & k\tilde{\Omega}_{55} & * \\ \hline \hat{B}_w^T & 0 & \hat{D}_{zw}^T & \varepsilon_i \hat{D}_{uw}^T & -k\tilde{\gamma}I \end{array} \right] \quad (15)$$

式中,  $\tilde{\Omega}_{11} = \hat{A}\tilde{Y} + \tilde{Y}\hat{A}^T + B_\eta\tilde{F}_2 + \tilde{F}_2^T B_\eta^T$   
 $\tilde{\Omega}_{12} = \hat{A}\tilde{S} + B_\eta\tilde{F}_2 + \tilde{F}_1^T$   
 $\tilde{\Omega}_{41} = \hat{C}_z\tilde{Y} + \hat{D}_{z\eta}\tilde{F}_2$   
 $\tilde{\Omega}_{42} = \hat{C}_z\tilde{S} + \hat{D}_{z\eta}\tilde{F}_2$   
 $\tilde{\Omega}_{51} = \varepsilon_i\hat{C}_u\tilde{Y} + \tilde{M}B_q^T + \tilde{F}_4^T B_\eta^T + \varepsilon_i\hat{D}_{u\eta}\tilde{F}_2$   
 $\tilde{\Omega}_{52} = \tilde{F}_3^T + \varepsilon_i\hat{C}_u\tilde{S} + \varepsilon_i\hat{D}_{u\eta}\tilde{F}_2$   
 $\tilde{\Omega}_{54} = \tilde{M}\hat{D}_{zq} + \tilde{F}_4^T \hat{D}_{z\eta}^T$   
 $\tilde{\Omega}_{55} = -2\tilde{M} + \hat{D}_{uq}\tilde{M} + \tilde{M}\hat{D}_{uq}^T + \hat{D}_{u\eta}\tilde{F}_4 + \tilde{F}_4^T \hat{D}_{u\eta}^T$

由于  $\Theta_{11} - \Theta_{12} \Theta_{22}^{-1} \Theta_{12}^T < 0$ , 可得:

$$\Theta_{11} + \frac{1}{\gamma} \Theta_{12} \Theta_{12}^T < 0 \quad (16)$$

由于  $\gamma > 0$ , 因此  $\gamma^{-1} \Theta_{12} \Theta_{12}^T \geq 0, \Theta_{11} < 0$ 。

若矩阵(15)成立, 则根据 Schur 补定理, 有:

$$k\tilde{\Theta}_{11} - \frac{1}{k} \Theta_{12} \tilde{\Theta}_{22}^{-1} \Theta_{12}^T < 0$$

即

$$\tilde{\Theta}_{11} + \frac{1}{k^2} \frac{1}{\gamma} \Theta_{12} \Theta_{12}^T < 0 \quad (17)$$

由式(16)成立可以看出, 当  $k \geq 1$  时, 式(17)一定成立;  $0 < k < 1$  时, 只要  $k$  取值足够接近 1, 也可以保证式(17)也成立。

设式(9)满足局部区域条件  $\varepsilon_i$  的一个解为  $Y_i$ 、 $S_i$ , 当取合适的  $k, 0 < k < 1$ , 令式(17)成立, 可以得到  $Y_i = kY_n, S_i = kS_n$ 。

由推论 1, 式(9)满足局部区域条件  $\varepsilon_i$  时对应的系统 Lyapunov 函数为

$$V_i(x) = x^T \begin{bmatrix} Y_i & S_i \\ S_i & S_i \end{bmatrix}^{-1} x = \frac{1}{k} x^T \begin{bmatrix} Y_n & S_n \\ S_n & S_n \end{bmatrix}^{-1} x$$

设系统的一个 Lyapunov 函数为  $V_n(x)$ , 其中,

$$V_n(x) = \frac{1}{k} x^T \begin{bmatrix} Y_n & S_n \\ S_n & S_n \end{bmatrix}^{-1} x, k = 1$$

则有:

$$V_i(x) = \frac{1}{k} V_n(x), 0 < k \leq 1 \quad (18)$$

根据定理 1, 当系统满足局部区域条件  $\varepsilon_i$  时使用对应的补偿器, 即可以保证:  $V_i(x) > 0, \dot{V}_i(x) < 0$ ,

由于  $k > 0$ , 此时一定也有  $V_n(x) > 0, \dot{V}_n(x) < 0$ 。

因此, 当系统使用任意补偿器时, 恒有:

$$V_n(x) > 0, \dot{V}_n(x) < 0$$

这时,  $V_n(x)$  为系统一个公共系统 Lyapunov 函数, 系统满足 Lyapunov 稳定条件, 证毕。

综合上述讨论, 可以得到以下的增益调度抗饱和和补偿器实现算法:

- ① 确定局部扇形区域条件边界  $\varepsilon_i$ , 其中,  $i = 1, 2, \dots, n, 0 < \varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \dots < \varepsilon_n = 1$ ;
- ② 利用引理 1 或引理 2, 计算  $\varepsilon_n = 1$  时的补偿器  $\Sigma_{awn}$ , 以及相关矩阵  $Y_n$  和  $S_n$ ;
- ③ 使用定理 1 或推论 2 以及式(13)计算其他局部扇形区域条件对应的补偿器参数  $\Sigma_{awi}$ , 其中,  $i = 1, 2, \dots, n-1$ ;
- ④ 系统运行时, 计算饱和前控制输入  $u_i$  和饱和后控制输入  $\text{sat}(u_i)$ , 选择最小的  $\varepsilon_i$  对应的补偿器参数, 使得  $(u_i - \text{sat}(u_i)) / u_i < \varepsilon_i$  成立。

对于本文提出的增益调度抗饱和和控制方法, 求解全局补偿器时, 可以通过放松约束条件  $\gamma$  获得具有鲁棒性的补偿器参数, 从而保证对象具有不确定

时补偿器的有效性。本文的设计方案对于全局扇形条件的分割数量以及分割原则是比较灵活的，需要根据系统特性以及系统实际工作要求来决定。扇形区域分割时，对于本身响应速度比较快的系统，扇形区域分割间隔不宜过大，否则会使得补偿器切换时引起系统的剧烈抖动。

### 4 仿真验证和实验结果分析

经测试得到的微纳操控平台的模型参数矩阵以及设计的控制器参数矩阵如下：

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9.311 \times 10^6 & -200.2 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = C_2 = [1 \ 0], D_{11} = -1, D_{12} = D_{21} = D_{22} = 0,$$

$$A_c = 0, B_{cy} = -3.115 \times 10^6, B_{cw} = 3.115 \times 10^6, C_c = 1,$$

$$D_{cy} = 14.068, D_{cw} = -14.068$$

其中，由于三维平台驱动系统的驱动电压具有幅值限制，等效的控制信号幅值约束为  $u \in [1.5, -7]$ 。

根据微纳操控平台的模型和控制器参数，应用定理 1、推论 2 和推论 3，选择  $\varepsilon_i$  为 0.1 和 1,  $g_a=1.01$ ，可分别得到直接驱动和超前驱动增益调度抗饱和补偿器参数。其中，直接驱动型抗饱和补偿器参数为

$\varepsilon_i = 1$  :

$$A_{aw} = 10^3 \times \begin{bmatrix} -3.119 & 0.0032 & 0.0003 \\ 14.06 & -0.5143 & -0.0012 \\ 153.4 & 0.0439 & -0.0128 \end{bmatrix}$$

$$B_{aw} = \begin{bmatrix} 0.9367 \\ -58.66 \\ 216.6 \end{bmatrix}$$

$$C_{aw} = 10^3 \times \begin{bmatrix} 158.3 & 3.234 & -0.2464 \\ 0.0092 & 0.1398 & -0.0140 \end{bmatrix}$$

$$D_{aw} = \begin{bmatrix} -4.9885 \times 10^4 \\ -1.1865 \end{bmatrix}$$

$\varepsilon_i = 0.1$  :

$$A_{aw} = 10^3 \times \begin{bmatrix} -1.547 & -0.5470 & 0.0009 \\ -273.9 & -148.1 & -1.620 \\ 308.3 & 13.82 & -2.819 \end{bmatrix}$$

$$B_{aw} = \begin{bmatrix} -0.200 \\ -5.993 \\ 2.650 \end{bmatrix}$$

$$C_{aw} = 10^3 \times \begin{bmatrix} 2035 & -36.29 & -1.972 \\ 78.66 & -5.347 & 0.01826 \end{bmatrix}$$

$$D_{aw} = \begin{bmatrix} -28.23 \\ -1.187 \end{bmatrix}$$

超前驱动型抗饱和补偿器参数为

$\varepsilon_i = 1$  :

$$A_{aw} = 10^3 \times \begin{bmatrix} -3.118 & 0.0032 & 0.0003 \\ 14.06 & -0.5160 & -0.0012 \\ 153.9 & 0.0439 & -0.0128 \end{bmatrix}$$

$$B_{aw} = \begin{bmatrix} 0.8800 \\ -54.79 \\ 202.7 \end{bmatrix}$$

$$C_{aw} = 10^3 \times \begin{bmatrix} 158.2 & 3.236 & -0.245 \\ 4.831 & -0.140 & 0.0139 \end{bmatrix}$$

$$D_{aw} = \begin{bmatrix} -4.654 \times 10^4 \\ -1.070 \end{bmatrix}$$

$\varepsilon_i = 0.1$  :

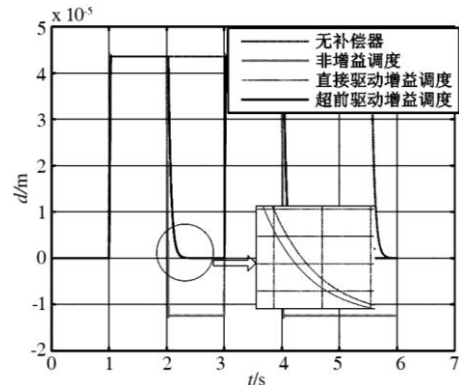
$$A_{aw} = 10^3 \times \begin{bmatrix} -1.558 & 0.0433 & 0.0011 \\ -240.7 & -171.9 & -2.040 \\ 316.0 & 9.072 & -3.195 \end{bmatrix}$$

$$B_{aw} = \begin{bmatrix} -0.019 \\ -6.125 \\ 2.266 \end{bmatrix}$$

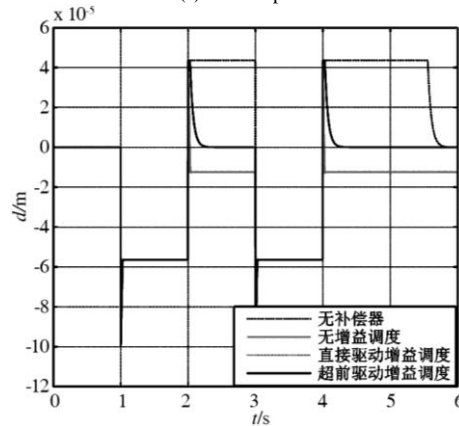
$$C_{aw} = 10^3 \times \begin{bmatrix} 2029 & -30.72 & -2.213 \\ 78.50 & -5.184 & 0.0185 \end{bmatrix}$$

$$D_{aw} = \begin{bmatrix} -27.01 \\ -0.424 \end{bmatrix}$$

仿真结果，如图 6 所示。



(a) 对象输出曲线  
(a) Plant output

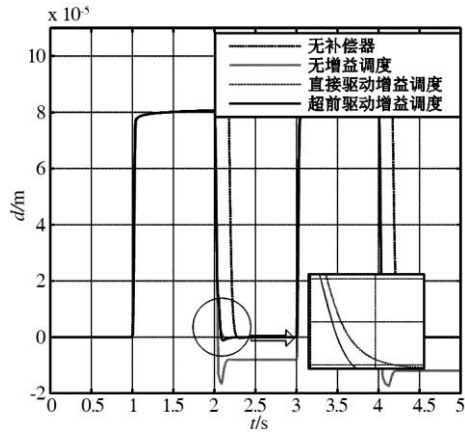


(b) 跟踪误差曲线  
(b) Tracking error

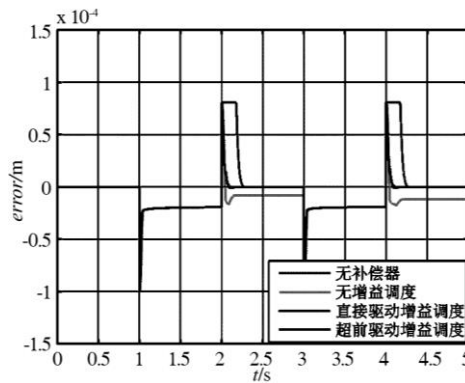
图 6 增益调度抗饱和和仿真结果  
Fig. 6 Simulation results of gain scheduling anti-windup

其中, (a)图为对象输出曲线, (b)图为跟踪误差曲线, 输入信号为幅值  $100\ \mu\text{m}$  的方波信号。由图 6 可看出, 当不使用抗饱和补偿器时, 系统饱和后输出不再变化, 系统彻底失去控制; 不使用增益调度时, 系统输出能够跟随输入变化, 但在输入为零时输出具有静态误差; 使用增益调度补偿器时, 系统输入能以最大行程且无静差地跟踪输入信号, 且超前驱动补偿器的响应速度略高于直接驱动的情况。

微纳操控平台实时控制实验结果, 如图 7 所示。



(a) 对象输出曲线  
(a) Plant output



(b) 跟踪误差曲线  
(b) Tracking error

图 7 微纳操控平台单轴方波实验结果  
Fig. 7 Experiment results on the nano-positioning stage with single axis square wave reference inputs

其中, (a)图为对象输出曲线, (b)图为跟踪误差曲线, 输入信号为幅值  $100\ \mu\text{m}$  的方波信号。

由图 7(a)可看出, 当不使用抗饱和补偿器时, 系统饱和后输出信号需经过一段较长时间才能跟踪上输入信号; 不使用增益调度时, 系统输出能够快速跟随输入变化, 但输出依然有静态误差; 使用增益调度补偿器时, 系统输入能够以最大行程且无静态误差地跟踪输入信号。对比直接驱动和超前驱动两种情况, 超前驱动的控制输出能更快地跟随输出信号变化, 且对增益调度引起的控制信号波动抑制

能力更强。

微纳操控平台双轴抗饱和控制实验结果, 如图 8 所示。

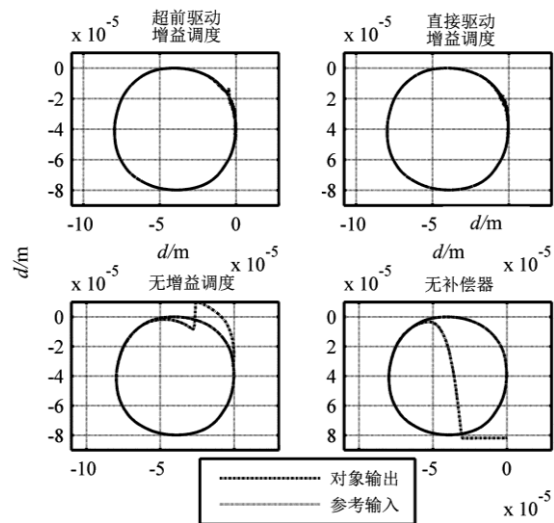


图 8 微纳操控平台双轴圆形轨迹跟踪结果

Fig. 8 Experiment results of dual axis tracking on the nano-positioning stage with circular reference trajectory

其中, 上部分为系统输出轨迹曲线, 下部分为误差曲线。

对比 4 种结果可知, 当不使用抗饱和补偿器时, 系统输出轨迹大幅偏离了参考轨迹; 不使用增益调度时, 系统在偏离参考轨迹一定时间后能够继续跟踪; 使用增益调度补偿器时, 系统轨迹只产生小的偏差即能继续跟踪参考轨迹。

### 4 结 论

本文针对微纳操控系统中的执行器饱和问题, 提出了一种增益调度抗饱和补偿控制方法, 通过将饱和特性划分为多个区间并在每个区间中设计局部抗饱和补偿器, 对原闭环系统进行补偿。通过引入超前抗饱和补偿的结构, 进一步提高系统性能。使用基于线性矩阵不等式的方法求解抗饱和补偿器参数, 并通过 Lyapunov 理论分析其稳定性。仿真结果表明, 本文设计的抗饱和补偿控制方法能够有效的减小执行器饱和引起的系统性能损失。

### 参考文献(References)

[1] Devasia S, Eleftheriou E, Moheimani S O R. A survey of control issues in nanopositioning[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2007, 15(5): 802-823.  
 [2] 闫鹏, 张震, 郭雷, 等. 超精密伺服系统控制与应用[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(10):1338-1351.  
 Yan P, Zhang Z, Guo L, et al. Control and applications of ultra high precision mechatronics[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(10): 1338-1351.



- [3] Tien S, Zou Q, Devasia S. Iterative control of dynamics-coupling -caused errors in piezoscanners during high-speed AFM operation[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2005, 13(6): 921-931.
- [4] Shinno H, Yoshioka H, Taniguchi K. A newly developed linear motor-driven aerostatic XY planar motion table system for nano-machining[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2007, 56(1): 369-372.
- [5] Pucheta M A, Cardona A. Design of bistable compliant mechanisms using precision-position and rigid-body replacement methods[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(2): 304-326.
- [6] Choi K B, Lee J J, Hata S. A piezo-driven compliant stage with double mechanical amplification mechanisms arranged in parallel[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2010, 161(1): 173-181.
- [7] 张磊, 苏为洲. 伺服系统的反馈控制设计研究综述[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(5): 545-559.  
Zhang L, Su W Z. Feedback control design of servo systems-a review[J]. Control Theory & Applications, 2014, 31(5): 545-559.
- [8] 邓泳, 刘晓东, 吴云洁. 再入段弹道导弹的最大可用舵偏角分析[J]. 控制工程, 2014, 21(5): 648-652.  
Deng Y, Liu X D, Wu Y J. Analysis on maximum available rudder deflection of ballistic missile in reentry[J]. Control Engineering of China, 2014, 21(5): 648-652.
- [9] Galeani S, Tarbouriech S, Turner M, et al. A tutorial on modern anti-windup design[C]. Proceedings of the European Control Conference, Budapest, Hungary, 2009: 306-323.
- [10] Tarbouriech S, Turner M. Anti-windup design: an overview of some recent advances and open problems[J]. IET control theory & applications, 2009, 3(1): 1-19.
- [11] Kerr M, Turner M C, Villota E, et al. A robust anti-windup design procedure for SISO systems[J]. International Journal of Control, 2011, 84(2): 351-369.
- [12] Sajjadi-Kia S, Jabbari F. Modified anti-windup compensators for stable plants[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(8): 1934-1939.
- [13] Wu X, Lin Z. On immediate, delayed and anticipatory activation of anti-windup mechanism: static anti-windup case[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(3): 771-777.
- [14] Sajjadi-Kia S, Jabbari F. Multi-stage anti-windup compensation for open-loop stable plants[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(9): 2166-2172.
- [15] Sofrony J, Turner M C. A simple scheduled anti-windup technique[C]. American Control Conference (ACC), 2014: 2977-2982.
- [16] Wu X, Cai K, Meng Z. Scheduled anticipatory anti-windup design[C]. IEEE 11th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA), 2014: 319-326.
- [17] Lu L, Lin Z. A switching anti-windup design using multiple Lyapunov functions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(1): 142-148.
- [18] Wu X, Lin Z. Dynamic anti-windup design in anticipation of actuator saturation[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2014, 24(2): 295-312.
- [19] Khalil H K, Grizzle J W. Nonlinear systems[M]. New Jersey: Prentice hall, 1996.