

# 一个新的旋转稳定弹道计算的 刚体六自由度和五自由度模型

陈阳泉

(计算机控制教研室)

## 摘 要

本文提出了一个新的旋转稳定弹道计算刚体六自由度模型(R6D)及刚体五自由度模型(R5D)。它们与 LOBS 连接共享其优点。文中给出了相同条件下 R6D, R5D 及四自由度模型(4D)的比较结果,表明 R5D 是 R6D 与 4D 间的一个好的折衷模型,并简要论述了 R5D 的实现方法的数学本质上的合理性。

**关键词:** 外弹道计算; 刚体六自由度模型; 刚体五自由度模型; 旋转稳定弹。

## 引 言

无控旋转稳定弹道计算模型有很多,这是由于在不同的设计阶段或对于不同的研究目的,常常需要不同精确度的弹道计算模型。常用的模型是四自由度模型(4D)<sup>[1]~[6]</sup>,简化六自由度模型(6D)<sup>[2], [6]</sup>,修正简化六自由度模型(6D<sub>m</sub>)<sup>[6]</sup>,五自由度模型(5D)和修正五自由度模型(5D<sub>m</sub>)<sup>[6], [7]</sup>,以及刚体六自由度模型(R6D)<sup>[6], [8], [9]</sup>。R6D 总是需要的。重要的是 R6D 的结果与其它模型的结果应具有计算可比性才能使用 R6D 对其它模型进行校核,以确定其它模型的精度、使用条件及范围等。这种计算可比性是要求各弹道模型计算仅仅是使用的弹道模型或是微分方程右端函数方面的区别,其余一切情况(诸如大气模型、地球引力模型、推力气动力计算、积分方案、积分事件捕捉及弹道终止算法等)是相同的,因此,最好使用同一程序模块。本文以 LOBS<sup>[4]</sup>为基础,基于上述计算可比性的认真考虑,介绍了在 LOBS 中加入的 R6D 模型。R6D 中引入全攻角空速坐标系(TAWCS),和全攻角弹体坐标系(TABCS),使空气动力、动力矩得到准确描述,并可由此而方便地得到换算成 4D 中攻角

$\alpha, \beta$ 的公式。本文在 LOBS 中加入的R6D成为具有计算可比性的考核标准模型。这对研究新的弹道模型或揭示不同模型之间的关系等具有重要意义<sup>[10]</sup>。

从  $6D_m$  出发得到的  $5D_m$  是 4D 和 R6D 间的一个折衷模型。类似地, 从 R6D 出发, 可以得到一个折衷模型, 称为刚体五自由度模型 (R5D)。本文给出了 R5D 的具体实现原理及公式, 并首次给出了其数学本质上的合理解释。最后的计算结果证实了 R5D 与  $5D_m$  一样, 无论是在计算速度上还是在计算结果的精度上, 都是 R6D 与 4D 之间的折衷模型。

### 1 刚体六自由度模型(R6D)

#### 1.1 坐标系定义与几何关系方程

R6D中定义了下述几个坐标系

TAWCS: 全攻角空速坐标系

TABCS: 全攻角弹体坐标系

BCS: 弹体坐标系

QBCS: 准弹体坐标系

QWCS: 准空速坐标系

ECS: 地面坐标系

其中, ECS 的准确定义是

(ECS: A-X, Y, Z.)

A: 发射点

**AX<sub>z</sub>**: 过 A 点, 指向水平发射

方向为正

**AY<sub>z</sub>**: 过 A 点的地垂线, 向上为正

**AZ<sub>z</sub>**: 由右手坐标定则确定

BCS, QBCS 的形象定义见文献[1], 但实际上没有必要对每一个坐标系进行形象化描述, 这里使用各坐标系之间的转角关系图来描述, 见图 1。

其中,

$$L_x(\alpha) = [\alpha]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$L_y(\alpha) = [\alpha]_y = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$L_z(\alpha) = [\alpha]_z = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

显然,  $L(\alpha) = L^T(-\alpha)$

图 1 中,  $\psi_w, \theta_w$  为弹相对风的速度  $v$  的方向角,  $\psi_v, \theta_v$  为弹速度  $u$  的方向角, 在 ECS

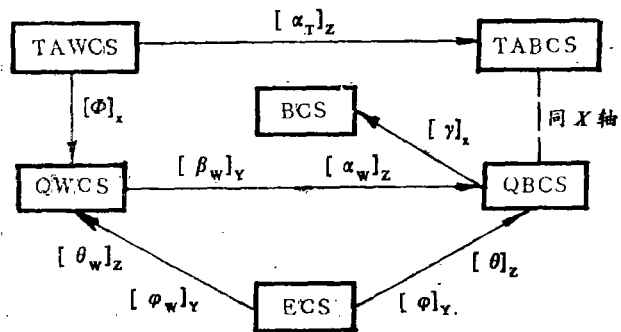


图 1 各坐标系间转角关系图

中, 记  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{u}$  及风速  $\mathbf{w}$  分别为  $[v_x, v_y, v_z]^T$ ,  $[u_x, u_y, u_z]^T$  及  $[w_x, w_y, w_z]^T$  那么  $\mathbf{v} = \mathbf{u} - \mathbf{w}$  在 EC 中表为

$$[v_x, v_y, v_z]^T = [u_x - w_x, u_y - w_y, u_z - w_z]^T \quad (1)$$

且

$$\begin{cases} \psi_w = -\text{tg}^{-1}(v_z/v_x) \\ \theta_w = \text{tg}^{-1}(v_y/(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}) \end{cases} \quad (2)$$

$\psi_v, \theta_v$  的公式类同  $\psi_w, \theta_w$ .  $\psi, \theta, \gamma$  为弹体相对 ECS 的姿态角。图 1 中, 视  $\psi_w, \theta_w, \psi, \theta$  为独立的, 则  $\Phi, \alpha_T, \beta_w, \alpha_w$  均可由这四个独立角从几何关系方程得到。 $\alpha_T$  为全攻角, 总为正值;  $\Phi$  为全攻角平面转动角度。这里的几何关系方程由一个计算机程序自动推导得到<sup>[11]</sup>。它们是

$$\begin{cases} \alpha_w = \sin^{-1}[\sin\theta\cos\theta_w - \cos\theta\sin\theta_w\cos(\psi - \psi_w)] \\ \beta_w = \sin^{-1}[\cos\theta\sin(\psi - \psi_w)/\cos\alpha_w] \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \cos\alpha_T = \cos\alpha_w\cos\beta_w \\ \alpha_T = \sin^{-1}[(\sin^2\alpha_w + \sin^2\beta_w - \sin^2\alpha_w\sin^2\beta_w)^{1/2}] \\ \sin\Phi = \cos\alpha_w\sin\beta_w/\sin\alpha_T \\ \cos\Phi = \sin\alpha_w/\sin\alpha_T \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_T\cos\Phi = \sin\alpha_w \cdot (\alpha_T/\sin\alpha_T) \\ \beta = \alpha_T\sin\Phi = \sin\beta_w \cos\alpha_w \cdot (\alpha_T/\sin\alpha_T) \end{cases} \quad (5)$$

(5) 式中的  $\alpha, \beta$  与 4D 中的定义相同<sup>[4]</sup>。图 1 中定义了 TAWCS 及 TABCS, 这是由于通常的气动系数都是在全攻角面上给出的, 为了准确反映较大攻角运动时的气动力投影关系, 应将气动力及力矩在全攻角面上计算出, 再使用  $\alpha_T, \Phi$  进行投影。当  $\alpha_T$  较小时, 可近似地将全攻角面上给出的气动系数同用于纵向与侧向面, 实际上这是作了  $\alpha_T^2 = \alpha_w^2 + \beta_w^2$  的假设, 参见 (4) 式。

### 1.2 R6D 弹道方程

在 ECS 中建立弹的质心运动学及动力学方程:

$$\begin{cases} du_x/dt = \sum_i F_{x_{ei}}/m \\ du_y/dt = \sum_i F_{y_{ei}}/m \\ du_z/dt = \sum_i F_{z_{ei}}/m \end{cases} \quad (6)$$

$$[dx_e/dt, dy_e/dt, dz_e/dt]^T = (u_x, u_y, u_z)^T \quad (7)$$

其中,  $[\sum_i F_{x_{ei}}, \sum_i F_{y_{ei}}, \sum_i F_{z_{ei}}]^T$  为弹所受合力在 ECS 中的分量,  $m$  为弹的质量,  $(x_e, y_e, z_e)^T$  为弹在 ECS 中的位置。

记  $\omega$  为 BCS 相对 ECS 的转动角速度。 $\omega_Q$  为 QBCS 相对 ECS 的转动角速度。在 QBCS 中,

$$\omega = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T, \quad \omega_Q = [\omega_x - \dot{\gamma}, \omega_y, \omega_z]^T \quad (8)$$

且 
$$dH/dt + \omega_Q \times H = \sum_i M_i \quad (9)$$

其中, 角动量  $H = (I_x \omega_x, I_y \omega_y, I_z \omega_z)^T$

$\sum_i M_i$  为弹所受合力矩向量。

通常, 对于轴对称弹  $I_y = I_z$ , 所以绕质心运动动力学方程为

$$\begin{aligned} d\omega_x/dt &= \sum_i M_{xi}/I_x \\ d\omega_y/dt &= [\sum_i M_{yi} - I_x \omega_x \omega_z + I_y (\omega_x - \dot{\gamma}) \omega_z]/I_y \\ d\omega_z/dt &= [\sum_i M_{zi} + I_x \omega_x \omega_y - I_y (\omega_x - \dot{\gamma}) \omega_y]/I_y \end{aligned} \quad (10)$$

由于

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = L_z(\theta) \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (11)$$

所以弹绕质心运动的运动学方程为

$$\begin{cases} \dot{\gamma} = \omega_x - \tan\theta \omega_y \\ \dot{\psi} = \omega_y / \cos\theta \\ \dot{\theta} = \omega_z \end{cases} \quad (12)$$

由(6), (7), (10)式和(12)式共有12个一阶微分方程, 这就是 R6D 弹道方程。当弹有底部排气或火箭喷推时, 还应有第13个微分方程

$$dm/dt = -m_c \quad (13)$$

其中,  $m_c$  为秒流量。

### 1.3 作用于弹上的力与力矩及其投影

空气动力在 TAWCS 中定义

$$F_a = \begin{bmatrix} -QS(C_{d0} + C_{da} \cdot \alpha_T^2) \\ QS(C_{La} \cdot \alpha_T + C_{L\alpha^3} \cdot \alpha_T^3) \\ QSC_{yp\alpha} (pl/2v) \alpha_T \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中,  $Q$  为动压头,  $Q = 1/2 \rho v^2$

$\rho$  为空气密度

$S, l$  为弹的参考面积和参考长度

$v = \|\mathbf{v}\|$  为弹相对风的速度

$p = \dot{\gamma}$  为弹的转速

$C_{d0}$  为零攻角阻力系数

$C_{d\alpha}$  为攻角诱导阻力系数

$C_{L\alpha}$  为线性升力系数

$C_{L\alpha^3}$  为立方升力系数

$C_{\gamma p\alpha}$  为 Magnus 力系数

空气动力矩部分定义在 TAWCS 中 ( $\mathbf{M}_{a2}$ )，部分仍定义在 QBCS 中 ( $\mathbf{M}_{a1}$ )。

$$\mathbf{M}_{a1} = \begin{pmatrix} QSl C_{1p} (pl/2v) \\ QSl C_{mq\alpha} (w_y l/2v) \\ QSl C_{mq\alpha} (w_z l/2v) \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{M}_{a2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -QSl C_{mp\alpha} (pl/2v) \alpha_T \\ QSl [C_{m\alpha} \alpha_T + C_{m\alpha^3} \alpha_T^3] \end{pmatrix} \quad (16)$$

- 其中,  $C_{1p}$  为滚转阻力矩系数
  - $C_{mp\alpha}$  为 Magnus 力矩系数
  - $C_{m\alpha}$  为线性翻转力矩系数
  - $C_{m\alpha^3}$  为立方翻转力矩系数
  - $C_{mq\alpha}$  为俯仰阻力矩系数
- 至此, (6) 式中的

$$\begin{cases} \sum_i F_{x_i} \\ \sum_i F_{y_i} \\ \sum_i F_{z_i} \end{cases} = m(\mathbf{g}_e + \mathbf{g}'' + \mathbf{A}) + L_\nu(-\psi_w)L_z(-\theta_w)\dot{L}_x(\Phi)\mathbf{F}_a + L_\nu(-\psi)L_z(\theta)L_x(-\varphi)L_\nu(-\psi_p)L_z(-\theta_p) \cdot [F_t, 0, 0]^T \quad (17)$$

式中,  $\psi_p, \theta_p$  为推力矢量  $\mathbf{F}_t$  在 BCS 中的方向角。如果推力作用点在 BCS 中的位置为  $\mathbf{r}_t = (x_t, y_t, z_t)^T$ , 那么推力偏心引起的力矩  $\mathbf{M}_t$  在 BCS 中写成

$$\mathbf{M}_t = \mathbf{r}_t \times \mathbf{F}_t = [F_{tz}y_t - F_{ty}z_t, F_{tx}z_t - F_{tz}x_t, F_{ty}x_t - F_{tx}y_t]^T \quad (18)$$

其中,  $\mathbf{F}_t$  为推力在 BCS 中的投影,

$$\mathbf{F}_t = (F_{tx}, F_{ty}, F_{tz})^T = L_\nu(-\psi_p)L_z(-\theta_p) \begin{pmatrix} F_t \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

式(17)中,  $g_e$  为重力加速度向量

$g''$  为离心力加速度向量

$A$  为 Coriolis 力加速度向量

它们在ECS的分量公式详见文献<sup>[4][6]</sup>.

(10) 式中的

$$\begin{cases} \sum_i M_{xi} \\ \sum_i M_{yi} \\ \sum_i M_{zi} \end{cases} = M_{a1} + L_z(\alpha_w)L_y(\beta_w)L_x(\Phi)M_{a2} + L_x(-\gamma)M_t \quad (20)$$

至此, R6D 模型全部给出。限于篇幅, 底排效应、无控小舵的影响以及推力模型 可见文献[4]、[6]。本文的 R6D 能准确预测各种扰动的影响。一般要考虑的是动不平衡因素、气动不对称、随机风及初始状态扰动等, 详见文献[12]~[13]

#### 1.4 初始攻角扰动的变换

在 5D、5D<sub>m</sub> 及 6D、6D<sub>m</sub> 中, 攻角初始扰动均以  $\alpha_0, \beta_0$  输入而 4D 以  $K_{10}, K_{20}$  来描述初始攻角扰动<sup>[2], [4]</sup>。  $K_{10}, K_{20}$  与复攻角  $\tilde{\xi}_0 (\tilde{\xi}_0 = i\alpha_0 + \beta_0)$  间有换算关系<sup>[2], [14]</sup>。在 R6D 中只能由  $\psi_{w0}, \theta_{w0}, \theta_0, \psi_0$  来描述初始攻角, 现介绍由  $\alpha_0, \beta_0, \psi_{w0}, \theta_{w0}$  求取  $\theta_0, \psi_0$ 。由图 1, 不难得到

$$\begin{cases} \theta_0 = \sin^{-1}[\cos\alpha_{w0} \cos\beta_{w0} \sin\theta_{w0} + \sin\alpha_{w0} \cos\theta_{w0}] \\ \psi_0 = \sin^{-1}[\sin\beta_{w0} \cos\theta_{w0} \cos\psi_{w0} + \cos\beta_{w0} \sin\psi_{w0}] \end{cases} \quad (21)$$

而由式(4)、(5),

$$\begin{cases} \alpha_{T0} = (\alpha_0^2 + \beta_0^2)^{1/2} \\ \sin\Phi_0 = \beta_0/\alpha_{T0}, \cos\Phi_0 = \alpha_0/\alpha_{T0} \\ \alpha_{w0} = \sin^{-1}(\alpha_0 \sin\alpha_{T0}/\alpha_{T0}) \\ \beta_{w0} = \sin^{-1}[(\beta_0 \sin\alpha_{T0}/\alpha_{T0})/\cos\alpha_{w0}] \end{cases} \quad (22)$$

R6D 的角速度扰动  $\omega_{y0}, \omega_{z0}$  与  $\dot{\alpha}_0, \dot{\beta}_0$  的关系比较复杂。设无攻角扰动存在, 此时

$$\alpha_0 = \theta_0 - \theta_{w0} = 0, \beta_0 = \psi_0 - \psi_{w0} = 0$$

则  $\dot{\alpha}_0 = \dot{\theta}_0, \dot{\beta}_0 = \dot{\psi}_0$  即

$$\begin{cases} \dot{\alpha}_0 = \omega_{z0} \\ \dot{\beta}_0 = \omega_{y0}/\cos\theta_0 \end{cases} \quad (23)$$

当攻角扰动与角速度扰动同时存在, 可由几何关系方程得到复杂形式的式(23)。

## 2 刚体五自由度模型(R5D)

### 2.1 R5D 的原理与公式

众所周知,对于旋转稳定弹的攻角运动存在所谓的快频分量与慢频分量。对于无扰动的名义弹道计算,慢频分量远远大于快频分量,这样快频分量对弹道的影响几乎完全可以忽略。从控制理论的观点出发,慢频运动分量对应系统的主导特征根,它是主要矛盾。

文献〔7〕正是抓住了这样的主要矛盾。在保证原系统稳态响应值不变的条件下,以主导特征根重构成一阶微分方程。在R6D中,攻角没有直接作为状态,根据几何关系方程,弹体姿态角 $\psi, \theta$ 也同样存在快频运动分量与慢频运动分量。同样,对于无扰动的名义弹道,慢频分量远远大于快频分量。这里直接忽略 $\ddot{\psi}$ 及 $\ddot{\theta}$ ,以求抓住慢频(主导)特征根这个主要矛盾。参见(10)式及(12)式,令

$$\ddot{\psi} = 0, \quad \ddot{\theta} = 0$$

$$\text{则 } \dot{\omega}_y = -\dot{\psi}\dot{\theta}\sin\theta + \ddot{\psi}\cos\theta = -\dot{\psi}\dot{\theta}\sin\theta$$

$$\text{我们得到} \quad \begin{cases} -2I_y\dot{\psi}\dot{\theta}\sin\theta + I_x\omega_x\dot{\theta} = \sum_i M_{yi} \\ I_y\dot{\psi}^2\sin\theta\cos\theta - I_x\omega_x\dot{\psi}\cos\theta = \sum_i M_{zi} \end{cases} \quad (25)$$

忽略 $\dot{\psi}\dot{\theta}$ 及 $\dot{\psi}^2$ 项,得到

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \frac{1}{I_x\omega_x} \sum_i M_{yi} \\ \dot{\psi} = -\frac{1}{I_x\omega_x} \sum_i M_{zi} / \cos\theta \end{cases} \quad (26)$$

$$\text{则又有} \quad \begin{cases} \omega_y = \dot{\psi}\cos\theta = -\frac{1}{I_x\omega_x} \sum_i M_{zi} \\ \omega_z = \dot{\theta} = \frac{1}{I_x\omega_x} \sum_i M_{yi} \end{cases} \quad (27)$$

将(10)式中 $\omega_y, \omega_z$ 的微分方程删去,用(26)式取代(12)式中的相应二式;将从式(27)得到的 $\omega_y, \omega_z$ 用于式(12)中 $\gamma$ 的微分方程中并用于式(15),这样就构成了刚体五自由度模型(R5D),共有10个微分方程。其状态是 $x_e, y_e, z_e, u_x, u_y, u_z, \omega_x$ 及 $\theta, \psi, \gamma$ 。对于仅计算标准弹道, $\gamma$ 的微分方程可以省略。

## 2.2 R5D的数学本质上的合理性

在R6D中直接令 $\ddot{\theta}, \ddot{\psi}$ 为零且实际上是令 $\dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z$ 为零,似乎这是难以让人接受的。这里从数学本质的角度来论述R5D与5D<sub>m</sub>的思想是一致的,使得本文由R6D到R5D的做法有了依据。

5D<sub>m</sub>的思想是完全符合事物本质的。记 $-z_1, -z_2$ 为复攻角 $\tilde{\xi} = i\alpha + \beta$ 的慢频与快频特

征根, 则  $\tilde{\xi}$  的微分方程为

$$\ddot{\tilde{\xi}} + (\tilde{z}_1 + \tilde{z}_2) \dot{\tilde{\xi}} + \tilde{z}_1 \tilde{z}_2 \tilde{\xi} = \tilde{z}_1 \tilde{z}_2 \tilde{D}_s \tag{28}$$

其中,  $\tilde{D}_s$  为  $\tilde{\xi}$  的稳态解。

由于  $|\tilde{z}_1| \ll |\tilde{z}_2|$ , 由  $\tilde{z}_1$  重构的一阶微分方程并保持  $\tilde{D}_s$  仍为其稳态解, 显然应为

$$\dot{\tilde{\xi}} + \tilde{z}_1 \tilde{\xi} = \tilde{z}_1 \tilde{D}_s \tag{29}$$

从(10)式及(12)式不难看出,  $\theta, \psi$  亦满足二阶微分方程。以  $\theta$  为例, 设在某一固定时刻, 慢频与快频特征根分别为  $-\lambda_1$  和  $-\lambda_2$ 。对于旋转稳定弹,  $|\lambda_1| \ll |\lambda_2|$ 。此时  $\theta$  的微分方程可写作

$$\ddot{\theta} + (\lambda_1 + \lambda_2) \dot{\theta} + \lambda_1 \lambda_2 \theta = \lambda_1 \lambda_2 \Theta \tag{30}$$

$\Theta$  为(30)式中  $\theta$  的稳态解。令  $\ddot{\theta} = 0$  则(30)写成

$$\dot{\theta} + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right) \lambda_1 \theta = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right) \lambda_1 \Theta \tag{31}$$

可见, 只要  $|\lambda_2|$  比  $|\lambda_1|$  足够地大,  $\lambda_2/(\lambda_1 + \lambda_2)$  就足够接近于 1。这样, 直接忽略  $\ddot{\theta}$  与  $5D_m$  的主导特征根的思想就是本质上一致的。R5D 与  $5D_m$  的结果是本质上接近的。不同的是,  $5D_m$  仍基于质点模型, R5D 是基于刚体模型。

要指出的是, 尽管  $\dot{\omega}_y, \dot{\omega}_z$  为零, 但  $\omega_y, \omega_z$  不应为零。否则由(15)式,  $C_{mq\alpha}$  的作用被忽略显然是不能接受的。 $\omega_y, \omega_z$  不予考虑会稍影响计算结果的精度, 特别是侧偏的结果。

### 3 算例与讨论

本文使用 155mm ERFB MK10 MOD2 加农炮弹的标准数据<sup>[4][6]</sup>及巴黎大炮 (Paris Gun) 的完整数据<sup>[6]</sup>。计算在 IBM PC/AT 无 80287 (比 IBM PC/XT + 8087 慢!) 上进行。

表 1 是两个特殊的情况。使用不同模型计算的结果具有可比性。全弹道上的最大攻角分别为  $14.1^\circ$  和  $28.7^\circ$ 。此时 4D 比 R6D 的结果差得很多而 R5D 与 R6D 的结果几乎相同。且 R6D 的计算时间只为 4D 的三倍左右但比 R6D 快 50 倍以上。R5D 的变步长效率很高, 实际上是按慢频运动分量的周期的规律变化的。

表 2 是 Paris Gun 的结果。进一步表明了 R5D 的结果相当接近 R6D。

表 3 表明, R5D 虽然对名义弹道的计算很精确但对于具有初始扰动的弹道 R5D 是不可用的。参见文献(10), 采用模型切换计算方案, 采用 R6D - R5D 切换计算的结果与 R6D -  $5D_m$  的结果相同且计算时间相当。

对于表 1 中  $v_0 = 897\text{m/s}$ ,  $QE = 65^\circ$  的情况, 如果使  $\omega_y, \omega_z$  为零, 侧偏值变为  $1695.8\text{m}$ 。其余不变。这说明了应该使用(27)式以考虑  $C_{mq\alpha}$  的影响。表 1 ~ 3 中 R5D 的结果都已考虑了(27)式。



**表 1 ERFB 弹两种特殊情况下标准弹道不同模型计算结果对比**  
(积分模块参数  $J_1=2$ ,  $E_{NE}=4$ ,  $E_C=-1$ )

模型	$v_0=897\text{m/s}$ , $QE=65^\circ$			$v_0=795\text{m/s}$ , $QE=72^\circ$		
	射程(米)	侧偏(米)	CPU时间(s)	射程(m)	侧偏(m)	CPU时间(s)
R6D	25818	1698	11704	15889	1527	10755
R5D	25818	1698	220	15889	1526.8	180
4D	25891	1782	74	15903	1623	68

**表 2 Paris Gun 标准弹道不同模型计算结果对比**  
( $v_0=1646\text{m/s}$ ,  $QE=50^\circ$  积分模块参数同表 1)

模型	射程(m)	侧偏(m)
R6D	128469	6062
R5D	128474	6061.8
4D	129724	6295

**表 3 EREB 弹,  $\alpha_0=10^\circ$  初始扰动弹道不同模型计算结果对比**  
( $v_0=897\text{m/s}$ ,  $QE=45^\circ$ )

模型	射程(m)	侧偏(m)
R6D	29237	1318.5
5Dm	29226	1321.7
4D *)	29218	981.6
R6D-5Dm	29237	1319
R5D	29382	1292.5
R6D-R5D	29237	1319

\*)注: 对应  $\alpha_0=10^\circ$ ,  $K_{10}=-1.94^\circ$ ,  $K_{20}=11.94^\circ$ . 此时  $K_m=1.38$ , 参见[4],[6]

## 4 结论

本文给出了完整的 R6D 和 R5D, 论述了 R5D 的合理性与有效性。结论是

(1) R5D 与 5D<sub>m</sub> 都是基于主导特征根的系统降阶原理。R5D 中直接忽略  $\ddot{\theta}$  及  $\ddot{\psi}$  是合理的。

(2) R5D 是 R6D 与 4D 间的一个折衷模型。在无扰动名义弹道计算上, R5D 的结果与 R6D 几乎相同, 即使是在全弹道上攻角很大的情况下。R5D 比 R6D 快 50 倍以上但仅比 4D

慢3倍左右。

(3) R5D不能用于计算扰动弹道,使用R6D-R5D模型自动切换计算方法可以准确快速有效地计算扰动弹道,像R6D-5D<sub>m</sub>一样。

致谢:作者感谢祁载康教授的指导和杨志远高级工程师的帮助。

### 参 考 文 献

- [1] 徐明友著. 弹箭近代飞行动力学. 华东工学院, 1986.
- [2] Murphy, C.H., Free Flight Motion of Symmetric Missiles, BRL Report No 1216, July 1963.
- [3] Lieske, R.F., Equation of Motion For a Modified Point Mass Trajectory, BRL Report No 1314, March 1966
- [4] Lyster, D., Program LOBS—A Modified Point Mass Trajectory Program, SRC-CP-79109-B, Nov. 1979, Rev. B, March 1988
- [5] Qi, Z.K., Lyster, D., A Fast Algorithm For Lieske's Yaw of Repose Equation, SRC-TM-87676, Sept. 1987
- [6] 陈阳泉. 飞行器仿真研究和靶道气动力系数辨识.[硕士学位论文], 北京理工大学, 1988年4月.
- [7] 陈阳泉. 旋转稳定弹道计算模型简化研究. 兵工学报弹箭分册, 1990(4)
- [8] 陈阳泉. 一个新的无控旋转弹道计算的刚体六自由度模型. 兵工学报弹箭分册, 1991(1)
- [9] Qi, Z.K., Chen, Y.Q., A Rigid Body Projectile Model and Program LOB6, SRC-TM-87678, Sept., 1987.
- [10] 陈阳泉. 模型自动切换式旋转稳定弹道计算方法. 兵工学报弹箭分册, 1990(3)
- [11] 陈阳泉. 坐标系转换矩阵与几何关系方程式的推导程序. 西安工业学院学报, 1989(3)
- [12] 钱杏芳等编著. 导弹飞行力学. 北京工业学院出版社, 1987.
- [13] 刘中淳. 炮射导弹和炮弹弹道仿真软件的开发和靶场雷达数据处理.[硕士学位论文], 北京理工大学, 1987年4月.
- [14] Qi, Z.K., Chen, Y.Q., Initial disturbances and dynamic imbalance effects on projectile trajectory, SRC-TM-87679, Oct., 1987

# A NEW RIGID BODY SIX DEGREE OF FREEDOM MODEL AND RIGID BODY FIVE DEGREE OF FREEDOM MODEL FOR TRAJECTORY PREDICTION OF SPIN-STABILIZED PROJECTILES

*Chen Yangquan*

## Abstract

In this paper, a new rigid body six degree of freedom model (R6D) and relevant rigid body five degree of freedom model (R5D) for trajectory prediction of spin-stabilized projectiles are advanced. The mathematical models have been implemented in LOBS to share the merits of LOBS. The comparative results of R6D, R5D and four degree of freedom model (4D) under identical conditions indicate that R5D is a good compromise model between R6D and 4D. The mathematical fundamentals for the formation of R5D are briefly discussed.

**Keywords:** Exterior trajectory prediction; Rigid body 6-DOF model; Rigid body 5-DOF model; Spin-stabilized projectiles.

## 美国著名金属材料专家 B. F. Oliver 教授来我院讲学

美国著名金属材料专家、田纳西大学材料科学系教授 B.F.Oliver 博士应我院材料工程系副主任严文博士的邀请,在中南工业大学教授黄伯云博士的陪同下于1990年6月24日到达我院。6月25日上午,Oliver教授在我院作了有关高温合金方面的学术报告,就高温合金的熔炼加工、金属间化合物的韧化和应用介绍了美国田纳西大学的最新研究成果,同时还解答了与会同志提出的各种问题。第二天,Oliver教授就我院和田纳西大学加强学术交流和科技合作问题进行了讨论和磋商。Oliver教授精彩的学术报告和会后座谈,引起我院师生浓厚的兴趣和重视。

(材料系供稿)