

非线性靶板数据处理

西安工业学院 陈阳泉

摘要 本文从简化六自由度弹道计算模型出发, 直接以各气动系数作为拟合参数, 对靶板试验数据进行处理, 可以辨识出那些对角运动贡献较大的气动系数。文中介绍了一种带一次梯度收敛保护的拟 Newton-Raphson 迭代方法, 提出了辨识灵敏度的概念。被拟合系数组合灵活, 可充分利用靶板试验所提供的信息。与 SRC 的同类产品相比, 本文完成的软件 NYC 收敛精度高, 而且应用上有更多的优越性。由于靶板试验所需代价低廉, 本文的工作具有较大的应用价值。

主题词 气动力系数, 数据简化, 非线性, 数据处理。

Nonlinear Yaw Card Data Reduction

Chen Yangquan

Xian Institute of Tech.

Abstract: From a simplified 6DOF model, each aerodynamic coefficient can be directly regarded as a fitting coefficient. After reducing the yaw card test data, the coefficients which have more contributions to angular motion can be identified. In the paper, an iterative method based on quasi-Newton-Raphson iteration with gradient convergence protection is introduced and the concept of identification sensitivity is proposed. The flexible combination of coefficients to be fitted can make the information in the yaw card data be of maximal use. Compared with the software product of SRC, the NYC program given in this paper converges more accurately and has more advantages in application. As the cost of the yaw card test is low, the work of this paper should find its positive value of application.

Keywords: Aerodynamic identification, Data fitting.

符 号 表

\bar{U}	弹丸速度矢量	$C_{m\alpha^3}$	立方翻转力矩系数
\bar{V}	弹丸相对风速的速度矢量	$C_{mq\alpha}$	俯仰阻尼力矩系数
\bar{W}	风的速度矢量	C_{ep}	滚转阻尼力矩系数
$C_{y_{px}}$	Magnus力系数	α_T	全攻角(总大于零)
$C_{m_{px}}$	Magnus力矩系数	Φ	全攻角面转动角
C_{d0}	零攻角阻力系数	P	弹丸转速
$C_{d\alpha}$	攻角诱导阻力系数	S	弹丸参考面积
$C_{L\alpha}$	线性升力系数	l	弹丸参考长度
$C_{L\alpha^3}$	立方升力系数		
$C_{m\alpha}$	线性翻转力矩系数		

收稿日期: 1990年10月8日

ρ	空气密度
m	弹丸质量
θ, ψ	弹丸速度相对地面的倾角与偏角
I_x, I_y	弹丸的轴向与横向转动惯量
\vec{g}	重力加速度向量
$\vec{\Lambda}$	Coriolis加速度向量
\vec{g}''	离心加速度向量

$\tilde{\xi}$	复攻角
\vec{D}_k	重力驱动项
$Q = \frac{1}{2} \rho V^2$	动压头
$(*)'$	$(*)$ 对弹道弧长 s 的导数
$(\dot{*})$	$(*)$ 对时间 t 的导数
$(*)_0$	$(*)$ 的初值

一、引言

靶板试验可以说是介于自由飞行试验与风洞试验之间的真实打靶试验。由真实打靶试验数据对有关气动系数进行辨识，其重要意义是显然的。气动辨识已成为现代飞行力学的一个重要内容。

从50年代开始，E.W.Greenwood就建议CARDE计划的主持人G.V.Bull, C.H.Murphy等使用靶板试验来估算弹的稳定因子及气动特性以检验理论设计^[1]。这是通过将炮平置，使弹穿过前方等距排列的靶板，通过靶板上留下的印记推算弹的初始攻角运动过程，并由这个过程来拟合出攻角运动快慢进动模态的初始幅值、初始相位、转动频率及衰减因子，从而推算出气动系数 C_{mx} 、 $C_{m\dot{x}}$ 、 $C_{m\ddot{x}}$ 等。1971年SRC开发了靶板试验数据处理软件YC^[2]，但它是在线性定常假设下基于角运动解析解的多变量寻优方法。本文使用简化6DOF模型，直接以各气动系数作为辨识参数，可以考虑各种非线性时变的影响。所完成的软件NYC使用带一次梯度收敛保护的拟Newton-Raphson迭代方法，被拟合参数组合灵活，可充分利用已知信息。所提出的辨识灵敏度概念可以作为辨识结果可信度的参考，而且最终收敛精度比SRC YC高，显然本文的工作更有实际应用价值。

二、简化6DOF弹道模型^[3]

由于靶板试验测得的是复攻角 $\tilde{\xi} = i\alpha + \beta$ 随距离的变化值，这里使用简化6DOF模型对弹道弧长 S 积分。 S 域的6D模型为（在地面坐标ECS中）

$$\begin{cases} \vec{U}' = \frac{1}{U} \{ -K_1 \vec{C}_d \vec{V} + K_1 \cdot V \vec{C}_{Lx} \vec{\alpha}_c \\ \quad - K_1 \vec{C}_{vpx}^* (\vec{\alpha}_c \times \vec{V}) + \vec{g} + \vec{\Lambda} + \vec{g}'' \} \\ [X', Y', Z']^T = \vec{U} / U \\ p' = \frac{1}{U} C_{lp}^* K_3 Q S l / I_x \\ (\tilde{\xi})' = \frac{1}{U} [-(A - iB) \tilde{\xi} + (C + iD) \tilde{\xi} \\ \quad + \vec{D}_k] \\ (\tilde{\xi})' = \frac{1}{U} (\tilde{\xi}) \end{cases} \quad (1)$$

其中， $\vec{C}_d = C_{d0} + C_{dx} \cdot \alpha_T^2$ ，
 $\alpha_T = |\tilde{\xi}| = (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}$ ，
 $\vec{C}_{Lx} = C_{Lx} + C_{Lx'} \cdot \alpha_T^2$ ，
 $\vec{C}_{vpx}^* = C_{vpx} \cdot K_3 + C_{vpx'} \cdot \delta$ ，
 $C_{vpx'} \cdot \delta$ 为小舵影响
 $\vec{V} = \vec{U} - \vec{W}$ ， $V = \|\vec{V}\|$ ， $U = \|\vec{U}\|$ ，
 $C_{lp}^* = C_{lp} + C_{lp'} \cdot \delta / K_3$ ，
 $C_{lp'} \cdot \delta$ 为小舵影响

$$\vec{\alpha}_e = \begin{bmatrix} \alpha_{ex} \\ \alpha_{ey} \\ \alpha_{ez} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\cos\psi_v \sin\theta_v \cos\Phi - \sin\psi_v \sin\Phi \\ \cos\theta_v \cos\Phi \\ \sin\psi_v \sin\theta_v \cos\Phi - \cos\psi_v \sin\Phi \end{bmatrix} \alpha_T$$

为平衡攻角在 ECS 中的投影，且 $\cos\Phi = \alpha / \alpha_T$, $\sin\Phi = \beta / \alpha_T$

$$\begin{aligned} A &= -K_1 K_2 K_6 \cdot C_7 + K_1 (C_1 \\ &\quad + C_2 \alpha_T^2) \\ B &= -K_1 K_3 C_5 + K_4 \\ C &= K_1 K_2 (C_3 + C_4 \alpha_T^2) \\ &\quad + K_1^2 K_2 K_6 \cdot C_7 \cdot (C_1 + C_2 \alpha_T^2) \\ &\quad - K_1 K_3 K_4 C_5 \\ D &= K_1 K_2 K_3 \cdot C_6 \\ &\quad + K_1^2 K_2 K_3 K_6 \cdot C_5 C_7 \\ &\quad + K_1 K_4 (C_1 + C_2 \alpha_T^2) \end{aligned}$$

$$\tilde{D}_g = K_4 - K_1 K_2 K_6 K_5 \cdot C_7 i$$

且 $C_1 = C_{L\alpha}$, $C_2 = C_{L\alpha^3}$, $C_3 = C_{mz}$,

$$C_4 = C_{m\alpha^3}, C_5 = C_{y_{px}}$$

$$C_6 = C_{m_{px}}^*, C_7 = C_{mq\alpha}$$

$$C_8 = C_{d0}, C_9 = C_{d\alpha}$$

$$K_1 = \rho S V^2 / 2mU, K_2 = mVl / I_y$$

$$K_3 = pl / 2V$$

$$K_5 = g \cos\theta_v / U,$$

$$K_4 = I_x p / I_y, K_6 = l / 2V$$

$$C_{mp\alpha}^* = C_{mpz} + C_{mp\delta} \cdot \delta / (pl / 2V),$$

$C_{mp\delta} \cdot \delta$ 为小舵影响。

三、带一次梯度收敛保护的 拟 Newton-Raphson 迭代法

设 $\{(\alpha_{ei}, \beta_{ei}) | i = 1, 2, \dots, N_e\}$ 为 N_e 个实测攻角数据, $\{(\alpha_{ci}, \beta_{ci}) | i = 1, 2, \dots, N_e\}$ 为相应的计算值, 现在的问题是求 N_p 个参数 C

$$\begin{aligned} &= [C_{i_1}, C_{i_2}, \dots, C_{i_N}, C_{I_1}, C_{I_2}, \dots, C_{I_4}, p_0]^T \\ &\text{使 } \min_C \sum_{i=1}^{N_e} [(\alpha_{ei} - \alpha_{ci})^2 + (\beta_{ei} \\ &\quad - \beta_{ci})^2] \gamma_i / \sum_{j=1}^{N_e} \gamma_j \end{aligned} \quad (2)$$

γ_j 为第 j 个数据点 $(\alpha_{ej}, \beta_{ej})$ 的加权值, C_{i_j} ($i_j = 1, 2, \dots, 9$) 为气动系数, $C_{I_1}, C_{I_2}, C_{I_3}, C_{I_4}$ 分别为 $\alpha_0, \beta_0, \dot{\alpha}_0, \dot{\beta}_0, p_0$ 为初始弹转速。于是, 迭代公式为

$$\begin{cases} C^{(K+1)} = C^{(K)} - \Delta C^{(K)} \\ A^{(K)} \cdot \Delta C^{(K)} = B^{(K)} \end{cases} \quad (3)$$

其中, $A^{(K)} = [a_{ij}]_{ij}$,

$$\begin{aligned} a_{ij} &= \sum_{k=1}^{N_e} \left[\frac{\partial \alpha_{CK}}{\partial C_i} \cdot \frac{\partial \alpha_{CK}}{\partial C_j} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \beta_{CK}}{\partial C_i} \cdot \frac{\partial \beta_{CK}}{\partial C_j} \right] \end{aligned}$$

$$B^{(K)} = [b_i]_i,$$

$$\begin{aligned} b_i &= \sum_{k=1}^{N_e} \left[(\alpha_{CK} - \alpha_{eK}) \frac{\partial \alpha_{CK}}{\partial C_i} + (\beta_{CK} \right. \\ &\quad \left. - \beta_{eK}) \frac{\partial \beta_{CK}}{\partial C_i} \right] \end{aligned}$$

($i, j = 1, 2, \dots, N_p$)

需要注意的是, 这里与 Newton-Raphson 迭代的区别在于 a_{ij} 中省略了

$$(\alpha_{CK} - \alpha_{eK}) \cdot \frac{\partial^2 \alpha_{CK}}{\partial C_i \partial C_j} \text{ 以及 } (\beta_{CK}$$

$$-\beta_{eK}) \cdot \frac{\partial^2 \beta_{CK}}{\partial C_i \partial C_j}$$

这就是拟 Newton-Raphson 迭代。当迭代收敛时, $\Delta d_K, \Delta \beta_K$ 即 $\alpha_{CK} - \alpha_{eK}, \beta_{CK} - \beta_{eK}$ 足够小, 这种方法与 N-R 迭代是几乎相同的。虽然数学上不严格, 但在大多数的类似问题中。优化参数的概念值是已知的, 这样 $\Delta \alpha_K, \Delta \beta_K$ 在迭代开始时就可以很小, 这样拟 N-R 法往往是可用的。这避免了求二阶偏导的巨大代价。

参见式 (1), 攻角对各优化参量的一阶偏导微分方程为

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial C_i}\right)' = \frac{1}{U} \left[-(A - iB) \left(\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial C_i}\right) \right. \\ \quad \left. + (C + iD) \left(\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial C_i}\right) + \frac{\partial \tilde{D}_g}{\partial C_i} \right] \\ \quad + \frac{1}{U} \left[\frac{\partial (C + iD)}{\partial C_i} \tilde{\xi} - \frac{\partial (A - iB)}{\partial C_i} \tilde{\xi} \right] \\ \left(\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial C_i}\right)' = \frac{1}{U} \left(\frac{\partial \tilde{\xi}}{\partial C_i}\right) \end{cases} \quad (4)$$

注意到 $\partial \alpha_r^2 / \partial C_i = 2\alpha \cdot \partial \alpha / \partial C_i + 2\beta \cdot \partial \beta / \partial C_i$ 及式 (1) 中的 A, B, C, D, \tilde{D}_g 的表达式并忽略 $K_1 \sim K_6$ 对 C_i 的偏导, 式 (4) 与式 (1) 共同积分即可得到 $A^{(K)}, B^{(K)}$ 中的偏导值。注意到积分式 (4) 的初值

$$\begin{aligned} (\partial \alpha / \partial \alpha_0)_0 &= 1, (\partial \beta / \partial \beta_0)_0 = 1, \\ (\partial \alpha / \partial \alpha_0)_0 &= 1, (\partial \beta / \partial \beta_0)_0 = 1 \text{ 以及} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} (\partial p / \partial p_0)' = \frac{l}{\partial V U} C_{ip}^* (QSl / I_s) \cdot \partial p / \partial p_0 \\ (\partial p / \partial p_0)_0 = 1 \end{cases} \quad (5)$$

其余各偏导初值为 0。

这样, 当 p_0 作优化参数时, 总的微分方程数为 $11+4N_p+1$ 个, 否则为 $11+4N_p$ 个。

众所周知, 即使使用 N-R 法, 对初值的要求也是较严格的。为了防止使用拟 N-R 法当 $\Delta C^{(K)}$ 过大等造成指标 $J^{(K)}$ (形如式(2))比 $J^{(K-1)}$ 大, 这里使用一阶梯度收敛保护的办法, 即取

$$\Delta C_m^{(K)} = \frac{1}{h^m} \|\Delta C^{(K)}\| \cdot \sqrt{J^{(K)}} / \|\sqrt{J^{(K)}}\| \quad (6)$$

其中 $h > 1$, 常取值为 2。 $\sqrt{J^{(K)}} = B^{(K)}$ 。 m 为减步长次数。这样可以保证收敛, 即当 $J^{(K)} > J^{(K-1)}$ 时采取式 (6), 直到 $J^{(K)} < J^{(K-1)}$, 继续使用拟 N-R 法迭代。

四、程序 NYC 及数据处理结果

基于上述模型及方法, 完成了靶板数据处理的非线性模型软件 NYC, 以 Fortran-77 书写, 在 IBM/PC 及 VAX 系列计算机上运行。

NYC 包括已知数据输入、大气模块、重力模型模块, 已知气动系数多段多项式形式输入及插值模块、Adams 积分、解线性方程组、右端函数及数据处理主模块。右函数模块中含弹道计算模块及偏导计算模块, 由于采用了复数运算, NYC 的可读性与可维护性加强。大气模块包含标准大气与真实输入大气。

NYC 中可以任意指定某几个气动系数为被辨识参数而其余的气动系数设为已知。由于采用二重标号, 系数的顺序不限。

NYC 还可以产生给定打靶条件下的仿真实验数据。NYC 也可以作为简化 6DOF 弹道计算程序, 可用来研究初始扰动对弹道的影响。

表 1 及图 1、图 2 给出了 SRC 60 年代在 CARDE 计划中所进行的两次打靶数据 (序号 T1154、T1157) 处理结果。使用的是 155mm 加农炮弹。

表 1 NYC 与 SRC YC 对 T1154 及 T1157 数据处理结果对比

结果	试验编号	T1154		T1157	
	程序名	NYC	SRC-YC	NYC	SRC-YC
$\alpha_0(\text{deg})$		-2.145	-0.935	.252	.836
$\beta_0(\text{deg})$		-1.248	-1.95	1.29	2.872
$\dot{\alpha}_0(\text{rad/s})$		-1.036	-1.58	-0.824	-0.242
$\dot{\beta}_0(\text{rad/s})$		1.883	1.37	-0.826	-1.29
$\rho(\text{rad/s})$		597.226	597.23	595.4486	595.68
C_{ma}		3.4371	3.4375	3.4666	3.566
C_{mpa}		0.2044	0.107	1.1316	1.179
C_{mpa}		-14.767	-11.7	-31.335	-30.4
RMS(deg)		1.1941	1.29	0.8766	0.885

一般而言，如果参数对初始角运动的影响大，则该系数由实测数据中辨识结果的可信度就大。定义下面的气动系数的辨识敏感性系数 η_i

$$\eta_i = (\nabla J_i \cdot C_i \cdot 1\%) / \text{RMS} \quad (7)$$

其中，RMS 为最后一次迭代的均方根误差。 $\text{RMS} = \sqrt{\frac{J}{N_e}}$;

∇J_i 为最后一次迭代后的梯度向量 ∇J 的第 i 个分量;

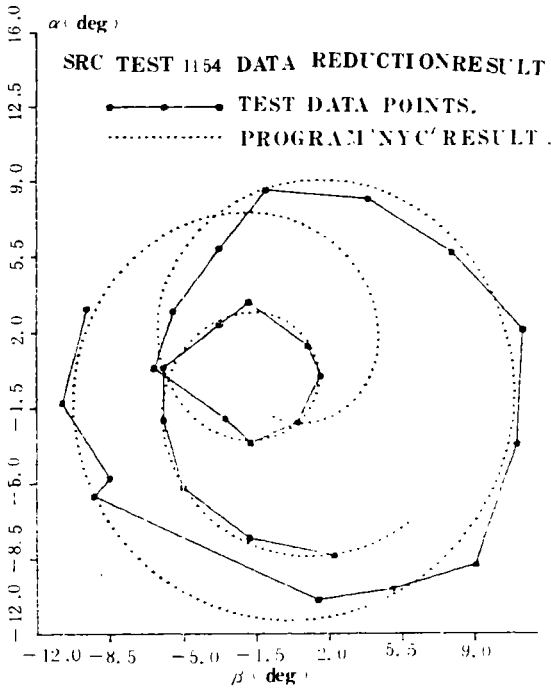


图1 T1154数据, NYC处理结果

C_i : 为第 i 个优化参量的参考数值;

1%: 每个优化参量相对变化百分之一。

η_i 实质上是 C_i 变化 1% 对目标函数 J 变化情况, η_i 之间的相对大小说明了 C_i 辨识结果的相对可信度。以 T1157 数据为例, 式 (7) 中的 C_i 取最终拟合结果值。 C_{ma} 参考值取为 5。表 2 是相对敏感性系数的对比。

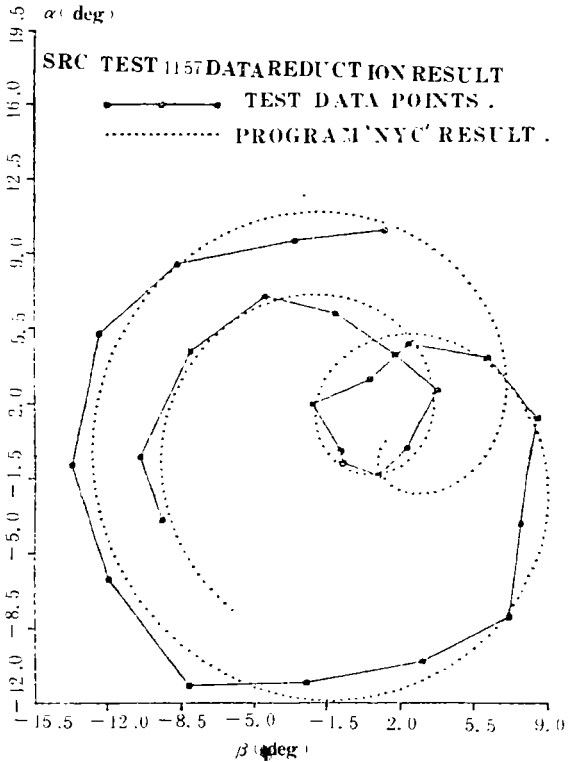


图2 T1157数据, NYC处理结果

表2 T1157 辨识结果的相对敏感性系数表

C_{lx}	C_{mx}	C_{mqx}	C_{mpx}	C_{lx}	C_{lx}	C_{mx}	pO
η	0.18	0.001	0.0006	0.0007	0.00007	0.0001	0.38

由此可见，在小扰动试验数据里，最有可能提取出的气动系数为 C_{mx} 、 C_{mpx} 、 C_{mqx} 及 C_{lx} ，即 C_{lx} 、 C_{mx} 不能可信地提取出来。至于 C_{d0} 、 C_{dx} 和 C_{vpx} ，它们一般不能被希望得到，因为它们对攻角的影响很小。一般它们不应参与优化，否则容易造成病态或出现不合理的当地极值等现象。

五、结 论

本文使用非线性时变模型进行靶板数据处理，可以灵活地设定某些气动系数已知而对其它气动系数进行拟合或修正。根据气动系数的敏感性系数分析， C_{mx} 能很好地得到， C_{mpx} 、 C_{mqx} 、 C_{lx} 亦能较好地辨识出来。一般地， C_{vpx} 不能辨识， C_{d0} 、 C_{dx} 不作拟合参数。非线性气动系数 C_{lx} 、 C_{mx} 的辨识效果取决于它们实际上对角运动的影响，在小扰动试验数据里不

能得到 C_{lx} 、 C_{mx} 。进一步的仿真试验表明，当试验数据中非线性程度较大时， C_{mx} 有希望辨识出来。但 C_{lx} 难以得到可信的结果。这些结论，从 C.H.Murphy 的一套理论的推论中也不难得到^[4]。

本文得到的初始扰动值是与炮口的真实初始扰动值相逼近的，这对了解扰动因素等是有意义的。而 SRC YC 是以最终收敛结果外推得到炮口的初始扰动值的，与 NYC 的差别很大，见表 1。

使用 NYC 同样可以得到稳定因子 S_d 、 S_g 以及参数 H.M.P.T^[2,4]，但它们是随距离变化的，取其平均值可作为参考值。而 SRC YC 是定常假设下多变量寻优换算得到 H、M、P、T，再由此推算气动参数。显然 NYC 要比 SRC YC 优越，而且拟合精度高。当然辨识的精度取决于测量数据的精度，如果使用光电测量手段，NYC 将更具有优越性。

本文的工作是在北京理工大学祁载康教授指导下完成的，SRC 提供了所有试验数据，在此深表谢意。

参 考 文 献

- [1] G.V.Bull. "Hypervelocity Research in the CARDF Free Flight Ranges", Galbraith Building Opening Ceremonies, University of Toronto Press, Mar. 7 1961
- [2] Program YC, "Data Reduction of Free Flight Measurements of Aerodynamic coefficients", Jun.1971, SRC-R-5.
- [3] Qi.Z.K. and Chen Y.Q., "A 5D model for calculating high elevation projectile trajectories and an accurate 4D model", SRC-TM-87677, Sept.1987
- [4] [美] C.H.墨非著，韩子鹏译，《对称发射体的自由飞行运动》，国防工业出版社，1984年3月。