DOI:10.16185/j.jxatu.edu.cn.1994.02.003

第14卷 第2期 西安工业学院学报 Vol. 14 No. 2
1994年5月 JOURNAL OF XIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY May 1994

多延时时变双线性系统的Taylor级数分析*

陈阳泉 窦惠芳

（电子工程系） （机械工程系）

【摘　要】 提出了近似求解多延时时变系统双线性系统的Taylor级数分析方法. 使用延时、积分及乘积运算矩阵，可将系统求解简化为解一组代数联立方程组.

【关键词】 延时 双线性 时间变化系统 系统分析 Taylor级数

【中图号】 TP13

引　言

自Chen和Hsiao(1975)首次使用Walsh函数及其延时运算矩阵和积分运算矩阵求解延时微分方程以来，使用函数序列研究单延时及多延时系统引起了广泛的注意. 各种方法都是通过延时与积分运算矩阵将延时微分方程换为代数方程求解来实现的. 例如，Shih等人(1980)及Chen和Meng(1982)使用块脉冲函数；Hwang和Chen(1985)及Chang和Wang(1985)使用移位Legendre多项式分析了延时系统；Chung和Sun(1987)使用单位阶跃函数分析了多延时系统.

Taylor级数虽不是正交函数类，但也可用来分析各种系统. Yang和Chen(1987)使用Taylor级数分析了延时系统；Mohsen Razzaghi和Mehdi Razzaghi(1989)使用Taylor级数分析了时变系统. 至今，还没有文献讨论多延时时变系数双线性系统. 本文首次使用Taylor级数求解多延时时变系数双线性系统. 文中首次运用了正确的乘积运算矩阵[10]，应用乘积运算矩阵及延时、积分运算矩阵，将多延时时变系统双线性系统转化为一组代数方程组，给出的算法易于计算机实现，为多延时时变系数双线性系统的分析综合提供了另一条途径.

1 Taylor级数运算矩阵

一个$p-1$阶可微函数$f(t)$的p项Maclaurin级数，记为

$$f(t) \approx \sum_{i=0}^{p-1} c_i T_i(t) = C^T T(t) \tag{1}$$

其中，

$$T_i(t) = t^i, c_i = \frac{1}{i!}[f^{(i)}(t)]|_t = 0$$

* 1993-03-29 收稿

$$C^T=[c_0,c_1,\cdots,c_{p-1}],\quad T^T(t)=[T_0(t),T_1(t),\cdots,T_{p-1}(t)]$$

$\forall\ \alpha\in R$，

$$\int_{\alpha}^{t}T(\tau)\mathrm{d}\tau\approx Q(\alpha)T(t)\tag{2}$$

其中，$Q(\alpha)\in R^{p\times p}$，称为 Taylor 级数基向量 $T(t)$的积分运算矩阵．$Q(\alpha)$的 i 行 j 列元素$[Q(\alpha)]_{i,j}$为

$$[Q(\alpha)]_{i,j}=\begin{cases}\dfrac{1}{i}, & i=j-1\\ -\dfrac{\alpha^i}{i}, & i=1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}\qquad i,j=1,2,\cdots,p\tag{3}$$

显然，$\det Q(\alpha)=-\alpha^p/p!$，只要 $\alpha\neq0$，$Q(\alpha)$可逆．

注意到
$$(t-\tau)^n=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}(-1)^{n-i}t^i\tau^{n-i}\tag{4}$$

那么
$$T(t-\tau)=S(\tau)T(t)\tag{5}$$

其中，$S(\tau)$为 $p\times p$ 矩阵，称为 Taylor 级数基向量 $T(t)$的延时运算矩阵，且

$$[S(\tau)]_{i,j}=\begin{cases}\binom{i}{j}(-\tau)^{i-j}, & j\leqslant i\\ 0, & j>i\end{cases}\qquad i,j=0,1,\cdots,p-1\tag{6}$$

$S(\tau)$为一下三角矩阵，显然 $S(0)=I_p$ 阶单位阵．

由于
$$T_i(t)T_j(t)=T_{i+j}(t)\tag{7}$$

并且注意到 Taylor 展开仅取前 p 项，那么

$$C^TT(t)T^T(t)=T^T(t)\tilde{C}\tag{8}$$

其中 $\tilde{C}\in R^{p\times p}$为 $T(t)$关于向量 $C^T=[c_0,c_1,\cdots,c_{p-1}]$的乘积运算矩阵，且

$$[\tilde{C}]_{i,j}=\begin{cases}C_{i-j}, & i\geqslant j\\ 0, & i<j\end{cases}\qquad i,j=0,1,\cdots,p-1\tag{9}$$

显然 $\tilde{C}$ 是一个三角矩阵．

记
$$\hat{T}_n(t)=I_n\otimes T(t)\quad\in R^{np\times n}\tag{10}$$
$$\hat{T}_n^T(t)=I_n\otimes T^T(t)\quad\in R^{n\times np}\tag{11}$$
$$\hat{Q}_n^T(\alpha)=I_n\otimes Q^T(\alpha)\quad\in R^{np\times np}\tag{12}$$
$$\hat{S}_n^T(\tau)=I_n\otimes S^T(\tau)\quad\in R^{np\times np}\tag{13}$$

那么显然，

$$\int_{\alpha}^{t}\hat{T}_n^T(\tau)\mathrm{d}\tau=\hat{T}_n(t)\hat{Q}_n^T(\alpha)\tag{14}$$

$$\hat{T}_n^T(t-\tau)=I_n\otimes(T^T(t)S^T(\tau))=\hat{T}^T(t)\hat{S}^T(\tau)\tag{15}$$

其中，$\otimes$表示矩阵直积(Kronecker 积)，即对于

$$A\in R^{p\times q},B\in R^{r\times s}$$

$$\text{则 } A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1q}B \\ \vdots & & \vdots \\ a_{p1}B & \cdots & a_{pq}B \end{bmatrix} \in R^{pr \times qs} \tag{16}$$

$\hat{Q}_n^T(\alpha)$为$\hat{T}_n(t)$的积分运算矩阵，$\hat{S}^T(\tau)$为$\hat{T}_n^T(t)$的延时运算矩阵.

设 $A = [A_1\ A_2 \cdots\ A_m]$，$A_j \in R^{n \times p}(j = 1,2,\cdots,m)$

那么

$$[A_1\ A_2 \cdots\ A_m]\hat{T}_m(t)\hat{T}_m^T(T) = \hat{T}_n^T(T)\tilde{A} \tag{17}$$

其中 $\tilde{A} \in R^{np \times mp}$称为$\hat{T}_m(t)$关于$A$的乘积运算矩阵.

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \cdots & \tilde{A}_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ \tilde{A}_{n1} & \cdots & \tilde{A}_{nm} \end{bmatrix} \tag{18}$$

其中，$\tilde{A}_{ij} \in R^{p \times p}(i=1,2,\cdots,n;j=1,2,\cdots,m)$是$T(t)$关于向量$[a_{i0}^{(j)},a_{i1}^{(j)},a_{i(p-1)}^{(j)}]^T$的乘积运算矩阵. $\tilde{A}_{ij}$为下三角矩阵. 此处$a_{ik}^{(j)}(i=1,2\cdots,n;k=0,1,\cdots,p-1)$是$A_j$的第$i$行第$k$列的元素.

2 多延时时变系数双线性系统

考虑m输入的多延时时变系数双线性系统：

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = \sum_{j=0}^{n_x} A_j X(t-\tau_{xj}) + \sum_{j=0}^{n_u} B_j(t)U(t-\tau_{uj}) \\ \qquad + \sum_{k=1}^{m}\sum_{i=0}^{n_x}\sum_{j=0}^{n_u} C_{ijk}(t)X(t-\tau_{xi})u_k(t-\tau_{uj}) \\ X(t) = F(t), t<0;\ U(t) = G(t), t<0 \end{cases} \tag{19}$$

其中，$X(t) \in R^{n \times 1}$且$X(0)$已知，$U(t) \in R^{m \times 1}$，$A_j(t)$，$C_{ijk}(t)$，$B_j(t)$分别为$n\times n$，$n\times n$，$n\times m$已知矩阵. $u_k(t)$为$U(t)$的第k个分量.

不失一般性，下面的讨论中设$n_x=n_u=r$，$\tau_{xj}=\tau_{uj}=\tau_j$且$0=\tau_0<\tau_1<\tau_2<\cdots<\tau_r$. 由于$F(t)$，$G(t)$已知，将其 Taylor 展开至$p$项，记

$$F(t-\tau_j) = \hat{T}_n^T(t)[R_{j1}^T\ R_{j2}^T \cdots\ R_{jn}^T]^T \qquad j=1,2,\cdots,r \tag{20}$$

$$G(t-\tau_j) = \hat{T}_m^T(t)[S_{j1}^T\ S_{j2}^T \cdots\ S_{jm}^T]^T \qquad j=1,2,\cdots,r \tag{21}$$

其中$R_{jk}(k=1,2,\cdots,n)$，$S_{jk}(k=1,2,\cdots,m)$均为$p\times 1$向量，记

$$V_j = \int_0^{\tau_j} A_j(t)F(t-\tau_j)\mathrm{d}t \qquad j=1,2,\cdots,r \tag{22}$$

$$W_j = \int_0^{\tau_j} B_j(t)G(t-\tau_j)\mathrm{d}t \qquad j=1,2,\cdots,r \tag{23}$$

其中，V_j，W_j均为$n\times 1$向量，可由适当的(数值)积分方法获得.

现将 $X(t)$，$U(t)$，$A_j(t)$，$B_j(t)$及$C_{ijk}(t)$ Taylor 展开至p项如下：

$$X(t) = \hat{T}_n^T(t)[X_1^T\ X_2^T \cdots X_n^T]^T \tag{24}$$

$$U(t) = \hat{T}_m^T(t)[U_1^T\ U_2^T \cdots U_n^T]^T \tag{25}$$

$$A_j(t) = [A_{j1}\ A_{j2} \cdots A_{jn}]\hat{T}_n(t) \tag{26}$$

$$B_j(t) = [B_{j1}\ B_{j2} \cdots B_{jm}]\hat{T}_m(t) \tag{27}$$

$$C_{ijk}(t) = [C_{ijk1}\ C_{ijk2} \cdots C_{ijkn}]\hat{T}_n(t) \tag{28}$$

其中，$X_l^T=[X_{l0}\ X_{l1}\cdots\ X_{l(p-1)}]$ $(l=1,2,\cdots,n)$ 为 $1\times p$ 待定系数阵；$U_l^T=[U_{l0}\ U_{l1}\cdots\ U_{l(p-1)}]$，$B_{jl}$ $(l=1,2,\cdots,m)$ 分别为 $1\times p$，$n\times p$ 已知展开系数阵；A_{jl}、C_{ijkl} $(l=1,2,\cdots,n)$ 均为 $n\times p$ 已知展开系数阵.

引入 $\hat{T}_n^*$ 变换矩阵使

$$\hat{T}_n^T(t)\ \hat{T}_n^* = I_n \tag{29}$$

那么 $\hat{T}_n^* = [(\hat{T}_{n1}^*)^T(\hat{T}_{n2}^*)^T\cdots(\hat{T}_{nn}^*)^T]^T$ 中 $\hat{T}_{nj}^* \in \mathrm{R}^{p\times n}(j=1,2,\cdots,n)$ 的第 i 行第 k 列的元素 $(T_{nj}^*)_{ik}$ 写作

$$(T_{nj}^*)_{i,k} = \begin{cases} 1, & j=0,k=j \qquad i=0,1,\cdots,p-1;k=1,2,\cdots,n \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \tag{30}$$

这样，任一 $n\times 1$ 已知量如 $X(0)$ 可写作

$$X(0) = \hat{T}_n^T(t)(\hat{T}_n^* X(0)) \tag{31}$$

当 $t>\tau_j$ 时，结合(22)～(28)式及(14)～(18)式，我们有

$$\begin{aligned} A_j(t)X(t-\tau_j) &= [A_{j1}A_{j2}\cdots A_{jn}]\hat{T}_n(t)\hat{T}_n(t-\tau_j)[X_1^T\ X_2^T\cdots\ X_n^T]^T \\ &= \hat{T}_n{}^T(t)\ \tilde{A}_j\ \hat{S}_n^T(\tau_j)[X_1^T\ X_2^T\cdots\ X_n^T]^T \end{aligned} \tag{32}$$

其中 $\tilde{A}_j$ 是 $\hat{T}_n(t)$ 关于 $[A_{j1}\ A_{j2}\cdots A_{jn}]$ 的乘积运算矩阵.

$$\begin{aligned} \int_0^t A_j(\tau)X(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau &= \int_0^{\tau_j} A_j(\tau)F(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau + \int_{\tau_j}^t A_j(\tau)X(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau \\ &= V_j + \hat{T}_n{}^T(t)\ \hat{Q}_n^T(\tau_j)\ \tilde{A}_j\hat{S}_n^T(\tau_j)[X_1^T\ X_2^T\cdots X_n^T] \end{aligned} \tag{33}$$

类似地

$$B_j(t)U(t-\tau_j) = \hat{T}_n^T(t)\tilde{B}_j\ \hat{S}_m^T(\tau_j)[U_1^T\ U_2^T\ \cdots\ U_m^T]^T \tag{34}$$

$$\int_0^t B_j(\tau)U(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau = W_j + \hat{T}_n^T(t)\ \hat{Q}_n^T(\tau_j)\ \tilde{B}_j\hat{S}_m^T(\tau_j)[U_1^T\ U_2^T\ \cdots\ U_m^T]^T \tag{35}$$

其中，$\tilde{B}_j$ 是 $\hat{T}_m(t)$ 关于 $[B_{j1}\ B_{j2}\cdots B_{jm}]$ 的乘积运算矩阵.

当 $t>\tau_i,t>\tau_j$ 时，

$$C_{ijk}(t)X(t-\tau_i)u_k(t-\tau_j) = \hat{T}_n{}^T(t)\ \tilde{C}_{ijk}\hat{S}_n{}^T(\tau_i)[X_1^T\ X_2^T\ \cdots\ X_n^T]U_k(t-\tau_j) \tag{36}$$

其中 $\tilde{C}_{ijk}$ 是 $\hat{T}_n(t)$ 关于 $[C_{ijk1}C_{ijk2}\cdots\ C_{ijkn}]$ 的乘积运算矩阵. 由于 $u_k(t-\tau_j)=T^T(t)S^T(\tau_j)U_k$ 为一 $p-1$ 次多项式，记

$$T^T(t)S^T(\tau_j)U_k = T^T(t)D_{jk} \tag{37}$$

其中，$D_{jk}{}^T$ 为 $p\times 1$ 已知向量，其第 l 个元素 $(D_{jk})_l$ 为

$$(D_{jk})_l = \sum_{i=l}^{p-1}\binom{i}{l}(\tau_j)^{i-l}U_{kl} \qquad (l=0,1,\cdots,p-1) \tag{38}$$

其中，U_{kl} 为 U_k 的第 l 个元素，若记

$$\tilde{D}_{jk} = I_n \otimes \tilde{D}_{jk} \tag{39}$$

其中，$\tilde{D}_{jk}$ 是 $T(t)$ 关于 D_{jk} 的乘积运算矩阵，那么式(36)写作

$$C_{ijk}(t)X(t-\tau_j)U_k(t-\tau_j) = \hat{T}_n{}^T(t)\tilde{D}_{jk}\tilde{C}_{ijk}\hat{S}^T(\tau_i)[X_1{}^T\ X_2{}^T\ \cdots\ X_n{}^T] \tag{40}$$

类似地，当 $t>\tau_i,t<\tau_j$ 时，$u_k(t-\tau_j)=T^T(t)S_{jk}$

$$C_{ijk}(t)X(t-\tau_i)u_k(t-\tau_j) = \hat{T}_n{}^T(t)\tilde{C}_{ijk}\hat{S}^T(\tau_i)[X_1{}^T\ X_2{}^T\cdots\ X_n{}^T]T^T(t)S_{jk} \tag{41}$$

记

$$\hat{D}_{jk}^* = I_n \otimes \tilde{D}_{jk}^* \tag{42}$$

其中，$\tilde{D}_{jk}^*$ 为 $T(t)$ 关于 S_{jk} 的乘积运算矩阵，那么(41)式写作

$$C_{ijk}(t)X(t-\tau_i)u_k(t-\tau_j) = \hat{T}_n^T(t)\hat{D}_{jk}^*\tilde{C}_{ijk}\hat{S}^T(\tau_i)[X_1^T\ X_2^T\ \cdots\ X_n^T] \tag{43}$$

从(40)和(43)式不难得到

当 $t>\tau_i, t>\tau_j$ 时

$$C_{ijk}(t)X(t-\tau_i)u_k(t-\tau_j)=\hat{T}_n^T(t)\hat{\hat{D}}_{jk}\tilde{C}_{ijk}\hat{S}^T(\tau_i)[R_{i1}^T R_{i2}^T\cdots R_{in}^T]^T \tag{44}$$

当 $t>\tau_i, t<\tau_j$ 时

$$C_{ijk}(t)X(t-\tau_i)u_k(t-\tau_j)=\hat{T}_n^T(t)\widetilde{D}_{jk}^*\tilde{C}_{ijk}\hat{S}^T(\tau_i)[R_{j1}^T R_{j2}^T\cdots R_{jn}^T]^T \tag{45}$$

作了以上准备,现将(19)代两边积分得:

$$X(t)=X(0)+\int_0^t\sum_{j=0}^r A_j(\tau)X(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau+\int_0^t\sum_{j=0}^r B_j(\tau)V(t-\tau_j)\mathrm{d}\tau$$
$$+\int_0^t\sum_{k=1}^m\sum_{i=0}^r\sum_{j=0}^r C_{ijk}(\tau)X(\tau-\tau_i)u_k(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau \tag{46}$$

对于 $t\in[\tau_q,\tau_{q+1}](q=0,1,\cdots,r)$,记

$$X^{(q)}=[X_1^T,X_2^T,\cdots X_n^T)]^T \tag{47}$$

$$X(t)=\sum_{j=0}^q\int_{\tau_j}^t A_j(\tau)X(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau+\sum_{j=1}^q\int_0^{\tau_j}A_j(\tau)F(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau$$
$$+\sum_{j=q+1}^r\int_0^t A_j(\tau)F(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau+\sum_{j=0}^q\int_{\tau_j}^t B_j(\tau)U(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau$$
$$+\sum_{j=1}^q\int_0^{\tau_j}B_j(\tau)G(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau+\sum_{j=q+1}^r\int_0^t B_j(\tau)G(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau$$
$$+\sum_{k=1}^m\sum_{i=0}^q\Big[\sum_{j=0}^i\int_{\tau_i}^t C_{ijk}(\tau)X(\tau-\tau_i)u_k(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau$$
$$+\sum_{j=i+1}^r\int_{\tau_i}^t C_{ijk}(\tau)X(\tau-\tau_i)T^T(\tau)S_{jk}\mathrm{d}\tau\Big]$$
$$+\sum_{k=1}^m\sum_{i=1}^q\Big[\sum_{j=0}^i\int_0^{\tau_i}C_{ijk}(\tau)F(\tau-\tau_i)u_k(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau$$
$$+\sum_{j=i+1}^r\int_0^{\tau_i}C_{ijk}(\tau)F(\tau-\tau_i)T^T(\tau)S_{jk}\mathrm{d}\tau\Big]$$
$$+\sum_{k=1}^m\sum_{i=q+1}^r\sum_{j=0}^r\Big[\int_0^{\tau_j}C_{ijk}(\tau)F(\tau-\tau_i)T^T(\tau)S_{jk}\mathrm{d}\tau$$
$$+\int_{\tau_j}^t C_{ijk}(\tau)F(\tau-\tau_i)u_k(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau\Big]+X(0) \tag{48}$$

记

$$M^{(q)}=\sum_{k=1}^m\sum_{i=1}^q\sum_{j=0}^i\int_0^{\tau_i}C_{ijk}(\tau)F(\tau-\tau_i)u_k(\tau-\tau_j)\mathrm{d}\tau \tag{49}$$

$$N_{ijk}(\beta)=\int_0^\beta C_{ijk}(\tau)F(\tau-\tau_i)T^T(\tau)S_{jk}\mathrm{d}\tau \tag{50}$$

$M^{(q)}$,$N_{ijk}(\beta)$是已知向量,可由适当的积分方法获得.

应用(32)～(45)式,将(48)式写作

$$\hat{T}_n^T(t)X^{(q)}=\hat{T}_n^T(t)\sum_{j=0}^q\hat{Q}_n^T(\tau_j)\tilde{A}_j\hat{S}_n^T(\tau_j)X^{(q)}+\hat{T}_n^T(t)\sum_{j=1}^q\hat{T}_n^*V,$$

$$
\begin{aligned}
&+\hat{T}_n^T(t)\sum_{j=q+1}^{r}\hat{Q}_n^T(0)\tilde{A}_j[R_{j1}^T\ R_{j2}^T\cdots\ R_{jm}^T]^T\\
&+\hat{T}_n^T(t)\sum_{j=0}^{q}\hat{Q}_n^T(\tau_j)\tilde{B}_j\hat{S}_m^T(\tau_j)[U_1^T\ U_2^T\cdots\ U_m^T]^T\\
&+\hat{T}_n^T(t)\sum_{j=1}^{q}\hat{T}_n^*W_j+\hat{T}_n^T(t)\sum_{j=q+1}^{r}\hat{Q}_n^T(0)\tilde{B}_j[S_{j1}^T\ S_{j2}^T\cdots\ S_{jm}^T]^T\\
&+\hat{T}_n^T(t)\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=0}^{q}\hat{Q}_n^T(\tau_i)\Big(\sum_{j=0}^{i}\hat{D}_{jk}\tilde{C}_{ijk}+\sum_{j=i+1}^{r}\tilde{D}_{jk}^*\tilde{C}_{ijk}\Big)\hat{S}_n^T(\tau_i)X^{(q)}\\
&+\hat{T}_n^T(t)\hat{T}_n^*M^{(q)}+\hat{T}_n^T(t)\hat{T}_n^*\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=i+1}^{r}N_{ijk}(\tau_i)\\
&+\hat{T}_n^T(t)\hat{T}_n^*\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=q+1}^{r}\sum_{j=0}^{r}N_{ijk}(\tau_j)\\
&+\hat{T}_n^T(t)\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=q+1}^{r}\sum_{j=0}^{r}\hat{Q}_n^T(\tau_j)\tilde{D}_{jk}\tilde{C}_{ijk}[R_{i1}^T\ R_{i2}^T\cdots\ R_{in}^T]^T\\
&+\hat{T}_n^T(t)\hat{T}_n^*X(0)
\end{aligned}\tag{51}
$$

从(51)式知

$$X^{(q)}=(I_{np}-L^{(q)})^{-1}P^{(q)}\tag{52}$$

其中，

$$L^{(q)}=\sum_{j=0}^{q}\hat{Q}_n^T(\tau_j)\tilde{A}_j\hat{S}_n^T(\tau_j)+\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=0}^{q}\hat{Q}_n^T(\tau_i)\Big(\sum_{j=0}^{i}\hat{D}_{jk}\tilde{C}_{ijk}+\sum_{j=i+1}^{r}\hat{D}_{jk}^*\tilde{C}_{ijk}\Big)\hat{S}_n^T(\tau_i)\tag{53}$$

$$
\begin{aligned}
P^{(q)}=&\hat{T}_n^*\Big(\sum_{j=1}^{q}V_j+\sum_{j=1}^{q}W_j+M^{(q)}+X(0)+\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=i+1}^{r}N_{ijk}(\tau_i)\\
&+\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=q+1}^{r}\sum_{j=0}^{r}N_{ijk}(\tau_j)\Big)+\sum_{j=q+1}^{r}\hat{Q}_n^T(0)\tilde{A}_j[R_{j1}^T\ R_{j2}^T\cdots\ R_{jm}^T]^T\\
&+\sum_{j=0}^{q}\hat{Q}_n^T(\tau_j)\tilde{B}_j\hat{S}_m^T(\tau_j)[U_1^T\ U_2^T\cdots\ U_m^T]^T\\
&+\sum_{j=q+1}^{r}\hat{Q}_n^T(0)\tilde{B}_j[S_{j1}^T\ S_{j2}^T\cdots S_{jm}^T]^T\\
&+\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=q+1}^{r}\sum_{j=0}^{r}\hat{Q}_n^T(\tau_j)\tilde{D}_{jk}\tilde{C}_{ijk}[R_{i1}^T\ R_{i2}^T\cdots\ R_{in}^T]^T
\end{aligned}\tag{54}
$$

若 $X(t)|_{t<0}=0$,$U(t)|_{t<0}=0$,则(52)式中

$$L^{(q)}=\sum_{j=0}^{q}\hat{Q}_n^T(\tau_j)\tilde{A}_j\hat{S}_n^T(\tau_j)+\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=0}^{q}\sum_{j=0}^{i}\hat{Q}_n^T(\tau_i)\tilde{D}_{jk}\tilde{C}_{ijk}\hat{S}_n^T(\tau_i)\tag{55}$$

$$P^{(q)}=\hat{T}_n^*(X(0))+\sum_{j=0}^{q}\hat{Q}_n^T(\tau_j)\tilde{B}_j\hat{S}_m^T(\tau_j)[U_1^T\ U_2^T\ \cdots\ U_m^T]^T\tag{56}$$

3 结论

通过本文的推导，多延时时变系数双线性系统的分析转化为一个简单的线性方程组求解，为这类系统的分析设计提供了又一条途径.

参 考 文 献

1 Chen C F, Hsiao C H, IEEE Transactions 1975, AC—20: 596～603

2 Shin Y P, Hwang C, Chia W K. ASME J of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1980, 102:159～162

3 Chen W L, Meng C H. Computer and Electrical Engineer, 1980, 9:153～166

4 Hwang C, Chen M Y. Int J of Control, 1985, 41:403～415

5 Chang R Y, Wang M L. ASME J of Dynamic Systems ,Measurement and Control, 1985, 107:79～85

6 Chen W L. J of the Franklin Institute, 1982, 313:207～217

7 Chung H Y, Sun Y Y. ibid, 1987, 324:65～72

8 Yang C Y, Chen C K. Int J of System Science, 1987, 18:1347～1353

9 Mohse Razzaghi, Mehdirazzaghi. Int J of Control, 1989, 50:183～192

10 陈阳泉，窦惠芳．时变多延时系统的 Taylor 级数分析．西安工业学院学报，1991，11，(4)：

Taylor Series Analysis of Time Varying Multi-delayed Bilinear System

Chen Yangquan　　Dou Huifang

Abstract

The Taylor series method for appoximately solving time varying ilinear system with multi-delay is reported. The method based on the truncated Taylor series and its operational matrices for multiplication, integration and delay simplifies the systems into a set of algebraic simultaneous equations.

Keywords: delay　bilinear　time varying system　system analysis　Taylor analysis

作者简介： 陈阳泉．男，27 岁，电子工程系副教授．1987 年毕业于北京工业学院(现北京理工大学)自动控制系，获工学硕士学位．1987 年 7 月至 9 月，去比利时布鲁塞尔“空间研究公司”(SRC)科研合作访问．主要从事控制理论及应用，现代外弹道理论与应用及工程实用方法与商品化软件开发．目前研究方向是飞行器特性曲线辨识，实用迭代学习控制方法与弹道外推方案研究以及仿真与静动态一体化问题等．

通讯地址： 710032　西安市金花北路
西安工业学院电子工程系