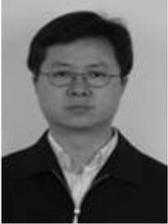


基于改进 NSGA2 算法的给水管网多目标优化设计

乔俊飞, 魏静, 韩红桂

(北京工业大学 a. 电子信息与控制工程学院; b. 计算智能与智能系统北京市重点实验室, 北京 100124)



摘要: 针对非支配排序遗传算法(NSGA2)在求解管网多目标优化问题时容易陷入局部最优, 最终导致难以求得分布均匀的 Pareto 最优解, 提出了一种改进的 INSGA2 算法。该改进的算法引进了差分变异算子, 抽取其中的差分向量与 NSGA2 算法结合以避免算法陷入局部最优, 从而改善种群的分布性。通过 4 个国际标准的测试函数来对算法进行测试, 并与原 NSGA2 算法进行对比, 测试结果表明 INSGA2 算法能求得分布较均匀的最优解。最后, 利用改进的算法对双环管网进行多目标优化设计, 研究结果也验证了该算法的有效性。

关键词: 局部搜索; 均匀分布; 差分变异; 多目标优化; 给水管网系统; 可靠性

中图分类号: TP18

文献标识码: A

Multi-objective Optimization of Water Distribution System Based on an Improved NSGA2 Algorithm

QIAO Jun-fei, WEI Jing, HAN Hong-gui

(a. College of Electronic and Control Engineering; b. Beijing Key Laboratory of Computational Intelligence and Intelligent System, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: NSGA2 (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm) easily falls into local optimum in solving multi-objective optimization of water distribution systems, finally leading to uneven distribution of the obtained Pareto optimal solution. In view of this, this paper proposes a kind of improved INSGA2 algorithm which takes differential local search with NSGA2 algorithm. The new algorithm uses the differential evolution mutation operator in directional guiding ideology to improve the distribution of the solution population. Four international standard test functions are applied for demonstrating INSGA2 algorithm. Finally, taking advantage of the proposed INSGA2 algorithm, the multi-objective optimization of the two-loop network is designed, and the results prove that INSGA2 can obtain better solutions than the original NSGA2 algorithm.

Key words: Local search; uniform distribution; differential mutation; multi-objective optimization; water distribution system; reliability

1 引言

给水管网的多目标优化就是综合考虑管网的经济性和可靠性等, 求出保证管网造价最低、管网系统可靠性最高的一系列满足约束条件的 Pareto 最优解, 是一项具有现实意义的工程多目标优化问题。

因为管网管径的离散性、水力约束条件的非线性, 导致管网的多目标优化求解起来非常困难。多

目标进化算法是基于群体的随机搜索算法, 其所求问题没有要求, 尤其适合求解管网多目标优化这类的离散、非线性的 NP 难题, 也是国内外应用最多的智能算法。利用多目标智能优化算法求解管网多目标优化问题是当前的热点问题, 国内外学者相继做了大量的研究。

收稿日期: 2016-03-15; 修回日期: 2016-04-21

基金项目: 国家自然科学基金(61203099, 61225016); 北京市科技计划课题(Z141100001414005, Z141101004414058); 中国博士后科学基金资助项目(2014M550017, XJ2013018); 北京市科技新星计划(Z131104000413007); 教育部博士点基金项目(20121103120020, 20131103110016); 北京市教委项目(km201410005001, KZ201410005002), 北京市朝阳区博士后资助项目(2014ZZ-05), 北京市朝阳区协同创新项目(ZH14000177)。

作者简介: 乔俊飞(1968-), 男, 内蒙古鄂尔多斯人, 博士, 教授, 主要从事智能信息处理、智能优化控制等方面的教学与科研工作。

Halhal^[1] (1997) 第一个将多目标遗传算法 (MOGA) 应用到给水管网优化中, 虽然能够求得关于管网造价最低、系统收益最大的一系列最优解, 但是 MOGA 处理约束条件的能力较差, 求解效率相对其他多目标进化算法较慢。Idel Montalvo^[2] (2010) 建立了管网造价最小, 管网压力减少最少的多目标优化模型, 利用多目标粒子群算法 (MOPSO), 在兼顾这两个目标函数下进行求解。T^[3] (2010) 对管网的优化也做了大量的研究, 但是研究的重点均放在模型的建立上, 采用基本的多目标遗传算法 (MOGA) 进行求解, 并没有考虑算法对求解结果的影响。Liu^[4] (2014) 等人利用 NSGA2 算法来求解给水管网的多目标优化问题, 虽然求出了数量较多的 Pareto 最优解, 但是解的分布不是很均匀, 即算法陷入局部最优。

虽然多目标智能优化算法已经应用在管网优化问题中并且引起广泛的关注, 但是在求解过程中算法容易陷入局部最优导致所求得的最优解质量不高, 因此, 如何提高多目标进化算法的分布性, 避免算法陷入局部最优依旧是一个开放性的难题, 一直没有得到很好的解决^[5-6]。

针对多目标进化算法在进行求解实际问题时容易陷入局部最优这一普遍存在的缺陷, 文中提出了一种改进的 NSGA2 算法—INSGA2, 并且建立了双环管网的优化数学模型, 将 INSGA2 算法应用到双环管网的优化求解中去。仿真结果表明, 该 INSGA2 算法能够避免陷入局部最优从而求得分布较均匀的 Pareto 最优解。

2 给水管网问题描述

2.1 目标函数

给水管网优化设计是一项非常复杂的工程^[7]。传统的单目标优化仅仅考虑经济性指标寻求满足最低造价的管径组合, 具有一定的局限性, 已经不能满足用户当前日益增长的需求。在考虑经济性前提下, 也要兼顾管网系统的安全可靠性。

① 经济指标 为了简化优化计算的复杂性, 一般选取管网中各管段的管道造价作为优化目标。管线造价可表示成管径的函数, 目标函数如式(1)所示:

$$\min f_1 = \sum_{i=1}^N C_i L_i D_i \quad (1)$$

式中, $C_i = a + bD_i^\alpha$; f_1 为管网系统总造价; C_i 为第 i 根管段的造价; D_i 为第 i 根管段的直径; N 为管段总数; a, b, α 为单位长度的管线造价公式中的系数。

② 可靠性指标 给水管网各个节点除了要满足最小水头外, 还要留有一定的富余水头, 这样才能保证给水管网在克服沿程阻力的前提下有足够的压力来保障用户用水量。节点富余水头并不是越大越好, 其太大代表了资源的浪费, 同时各个节点富余水头差值太大也说明了管网各个管段之间受力不均衡, 对管网的可靠性造成了一定的影响^[8-9]。基于此, 我们利用管网节点富余水头方差来反映管网系统的可靠性, 节点富余水头方差越小, 说明管网可靠性越高, 其相关定义如下:

节点富余水头:

$$I_{S_i} = H_i - H_{\min}, i = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

管网系统的节点富余水头总和为

$$I_S = \sum_{i=1}^N (H_i - H_{\min}) \quad (3)$$

所有节点的平均富余水头:

$$I_{S'} = \frac{I_{S_1} + I_{S_2} + \dots + I_{S_N}}{N} \quad (4)$$

结合式(2)~(4), 给出管网系统节点富余水头方差公式如式(5)所示:

$$S = \sum_{i=1}^N (I_{S_i} - \bar{I}_S)^2 \quad (5)$$

因此, 给水管网多目标数学模型可以概括为

$$\begin{cases} \min Cost = \sum_{i=1}^N C_i L_i D_i \\ \min S = \sum_{i=1}^N (I_{S_i} - \bar{I}_S)^2 \end{cases} \quad (6)$$

1.2 约束条件

给水管网系统首先要满足一系列的水力约束条件。具体包括以下 3 个部分:

① 节点流量方程组 (又称连续性方程)

$$\sum_{i \in S_j} (\pm q_i) + Q_j = 0, j = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

② 管段压降方程

$$h_{ij} = H_i - H_j = S_{ij} q_{ij}^n \quad (8)$$

③ 回路方程 (又称能量方程)

$$\sum_{i \in k} h_i = \sum_{i \in k} (H_{F_i} - H_{T_i}) = 0 \quad (9)$$

重力式给水管网系统的优化计算, 不但要满足给水管网系统的一系列水力约束条件, 而且还要相应的满足重力输水管约束条件:

① 给水管段的所有水头损失要小于可资利用水头, 如式(10):

$$E_0 - E_N \geq \sum_{i=1}^M \frac{kq_i^n l_i}{d_i^m} \quad (10)$$

② 整个管线内不出现负压，如式(11)：

$$\sum_{i=1}^M (E_i - H_i) > 0 \quad (11)$$

③ 分段管线长度等于总的管线长度，即

$$\sum_{i=1}^M l_i = L \quad (12)$$

④ 管径约束，每一个管径要在市售的标准管径中取值。

$$D_i \in D = \{D_1, D_2, \dots, D_n\} \quad (13)$$

3 改进的非支配排序遗传算法

Deb 于 2002 年提出了 NSGA2 算法后便引起了人们的广泛关注，现在已经被并将其运用到各个领域，到目前为止，NSGA2 算法已经成为目前解决多目标优化问题中最优秀、应用最广泛的算法。NSGA2 算法的整体思想，如图 1 所示。

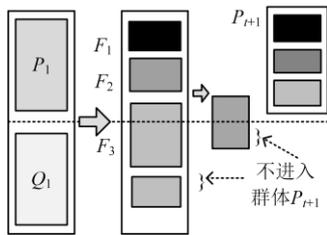


图 1 NSGA2 算法的思路
Fig. 1 The thought of NSGA2

通过大量的研究发现，NSGA2 算法基于拥挤距离机制保持种群的多样性也存在一定的不足，因为仅仅单纯的从拥挤距离大小判断个体的分布性能是有局限性的。在新群体产生时，通常那些层级靠前并且聚集距离较大的个体将保留并参与下一代的繁殖。但是这里存在一个问题：个体的拥挤距离与其密度度量之间并不是一致的，换句话说，聚集距离大的个体其解密度不一定小。这样就会导致一些拥挤距离大同时解密度也很大的非支配个体被保留下来，最终造成算法容易陷入局部最优，从而导致所求得的最优解分布不均匀。对于此，我们引入了差分变异算子来提高算法的局部寻优能力。

3.1 差分局部搜索策略

多目标进化算法就是因为采用了变异算子，才使算法具有一定的局部随机搜索能力，一方面在求解后期加速向最优解方向收敛，另一方面维持解的多样性^[10]。所以进化算法的收敛性、稳定性、全局搜索能力在很大程度上取决于对变异算子的选取与设计^[11]。

针对以上提出的 NSGA2 算法种群多样性保持策略存在的不足，引入了差分进化算法 (Differential Evolutionary Algorithm) 中的差分变异算子取代 NSGA2 算法中的多项式变异，以期增强 NSGA2 算法的局部搜索能力。

差分进化算法与其他多目标进化算法有许多异曲同工之处，它们都是一种基于群体的随机搜索方法^[12]。差分进化算法是一种实数编码的基于种群的全局优化算法，其实质上是具有保优思想的贪婪遗传算法，差分进化算法也包含选择、交叉、变异这三步遗传操作。差分进化算法自提出至今在处理许多问题上都表现出了很强的优势，其采用差分变异算子对个体的进化方向进行扰动^[13]。对于种群 P ，有父代个体 P_1 ，临时子代个体 P_2 由以下变异算子产生，如式(14)所示：

$$P_2 = r \cdot P_{\text{best}} + (1-r)P_1 \quad (14)$$

式中， $r \in [0,1]$ 为最佳个体 P_{best} 对整个变异方向的影响程度， r 的值越大代表影响程度越大，一般根据经验值选取。

式(14)所示的变异算子是一种无约束自由搜索进化模式，该模式不受其他条件的制约，从而使种群的搜索范围更大，搜索方向更加广。

这里的搜索方法涉及到 2 个重要的算子：距离阈值和选择相邻的个体。确定距离阈值的方法是先找出当前种群的非支配解集合 $F(1)$ 在子目标 i 下的 2 个极值端点，并求得它们的目标值差，记为 dis ，然后根据式(15)求子目标 i 的距离阈值 D ：

$$D = \frac{2 \cdot dis}{(|F(1)|-1)} \quad (15)$$

式中， $F(1)$ 为当代种群中非支配个体的数目。

D 在进化过程中将随着当代种群非支配集合 $|F(1)|$ 的规模变化而动态调整，从而保证了当代非支配前沿的均匀分布。

选择相邻个体之前，要先对非支配集 $F(1)$ 按照子目标 i 进行排序，将相邻个体的距离与子目标 i 的阈值 D 进行比较，如果大于或者等于距离阈值 D ，且这两个个体在其他子目标下的目标值至少有一对是不相等的，则这个相邻的个体对需要执行差分局部搜索^[14]。在进化初期，这种差分局部搜索有助于种群保持广泛性和多样性，防止了算法过早收敛，避免算法陷入局部最优。

3.2 INSGA2 算法

为了避免 NSGA2 算法在求解多目标优化问题时容易陷入局部最优，改善所求 Pareto 最优解集的分布均匀性，引进了差分进化算法中的差分变异算

子, 提出了一种新的改进型非支配排序遗传算法-*INSGA2*, 该算法的流程图, 如图 2 所示。

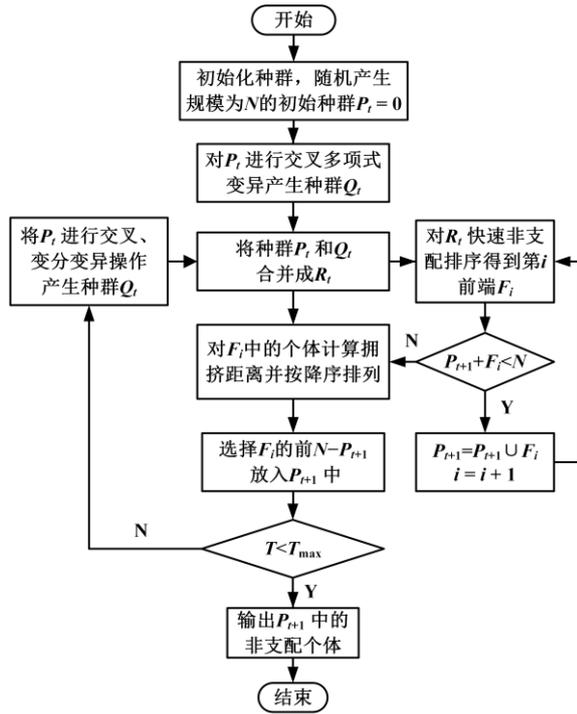


图 2 INSGA2 算法流程图

Fig. 2 The flow chart of INSGA2 algorithm

4 算法性能测试

为验证本文所提算法的有效性, 采用 4 个国际标准测试函数 ZDT1、ZDT2、ZDT3 和 ZDT4 进行仿真研究^[15]。为验证算法得到 Pareto 前沿的分布均匀性, 采用文献^[16]提出的均匀分布性指标 *SP* 来对算法性能进行度量。

SP 的定义如式(16)所示:

$$SP = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{d} - d_i)^2} \quad (16)$$

SP 的取值范围为 $[0, \infty]$, 其值越小说明所求得解的分布性越好。

程序运行的 CPU 环境为 4 G 内存, 2.4 G 主频。算法的执行参数设置为种群规模 Population=200, Generation=500, $P_c=0.9$, $P_m=0.1$ 。分别用 NSGA2 算法与本文改进的 INSGA2 求得的 Pareto 最优前沿, 如图 3-图 6 所示。

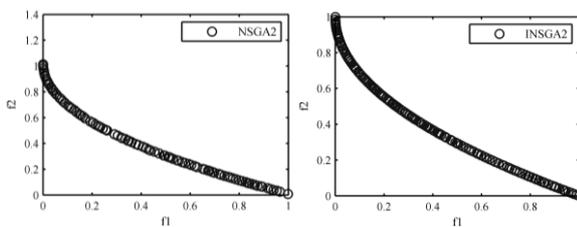


图 3 NSGA2 和 INSGA2 分别求得的 ZDT1 Pareto 前沿

Fig. 3 Pareto fronts of ZDT1 obtained by NSGA2 and INSGA2

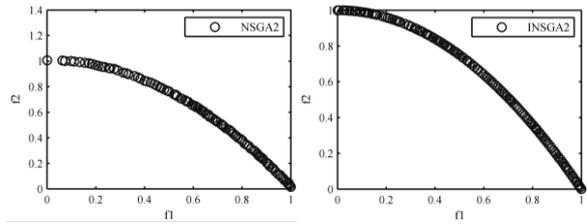


图 4 NSGA2 和 INSGA2 分别求得的 ZDT2 Pareto 前沿

Fig. 4 Pareto fronts of ZDT2 obtained by NSGA2 and INSGA2

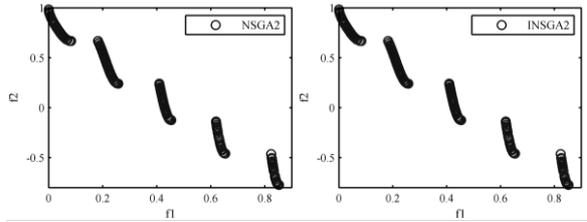


图 5 NSGA2 和 INSGA2 分别求得的 ZDT3 Pareto 前沿

Fig. 5 Pareto fronts of ZDT3 obtained by NSGA2 and INSGA2

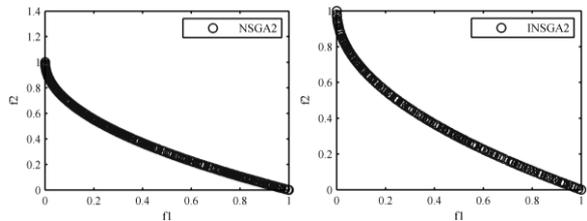


图 6 NSGA2 和 INSGA2 分别求得的 ZDT4 Pareto 前沿

Fig. 6 Pareto fronts of ZDT4 obtained by NSGA2 and INSGA2

分别用 NSGA2 和本文提出的 INSGA2 在同样的测试环境下, 对所选的 4 组测试函数分别独立运行 30 次, 求得的 *SP* 的平均值, 见表 1。

表 1 *SP* 的平均值

Tab. 1 The mean value of *SP*

测试函数	INSGA2	NSGA
ZDT1	0.233	0.4632
ZDT2	0.41401	0.4351
ZDT3	0.532	0.5756
ZDT4	0.436	0.4794

从表 1 中求得的 *SP* 平均值可以看出, 本文改进的 INSGA2 算法在 ZDT 系列 4 个测试函数中求得的 *SP* 平均值比其他 2 个算法求得值都要小, 这说明 INSGA2 算法所求解的分布均匀性优于原 NSGA2 算法。

5 工程应用实例及仿真结果分析

5.1 双环管网模型

双环给水管网模型是学者 Alperovits 和 Shamir 于 1977 年在《Water resources research》期刊所提出的^[17]，该模型自提出以来，已经被很多学者当作经典的验证算法的模型之一。该模型共由 1 个水源节点、7 个用水节点和 8 个管段组成，如图 7 所示。

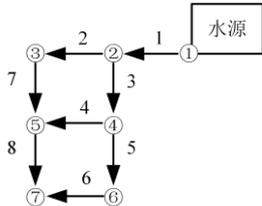


图 7 双环给水管网示意图

Fig. 7 The double loop pipe network

所有节点的地面标高和需水量资料，见表 2。

表 2 双环给水管网系统资料

Tab. 2 The information of double loop pipe network

节点编号	需水量/m ³ hr ⁻¹	节点高程/m	最低水压/m
1	-311.12	210.0	210.0
2	27.78	150.0	180.0
3	27.78	160.0	190.0
4	33.33	155.0	185.0
5	75.00	150.0	180.0
6	91.67	165.0	195.0
7	55.56	160.0	190.0

5.2 优化设计及参数设置

双环管网是一个 8 维的优化问题，每一个管段对应 13 种标准的市售管径，整个管网系统有 13⁸ 种解决方案。满足约束条件的方案称为可行的解决方案，给水管网多目标优化设计的求解目的就是在管网兼顾管网经济性与可靠性的同时^[18]，求得尽可能多的且分布均匀的 Pareto 最优解。

INSGA2 算法在求解给水管网对目标问题时，采用锦标赛选择机制，模拟二进制交叉和差分变异算子，终止条件选择最大进化代数。具体参数设置如下：初始种群 P_0 规模为 500，交叉概率 P_c 为 0.9，变异概率 P_m 为 0.02，最大进化代数设置为 200^[19]。

5.3 优化结果及分析

NSGA2 和 INSGA2 两种算法求得的关于双环管网造价与管网冗余水头方差的一系列 Pareto 最优解，如图 8 所示。

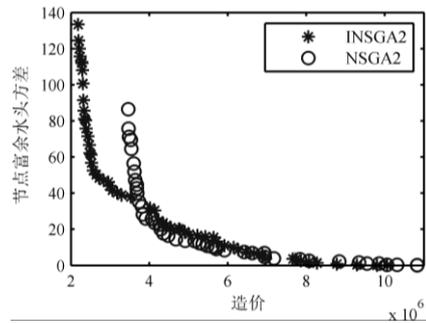


图 8 两种算法求得的 Pareto 最优解对比

Fig. 8 Optimal solutions obtained by NSGA2 and INSGA2

从仿真图可以看出随着造价的提高，系统节点冗余水头方差是逐渐减小的，这就说明系统的可靠性是随着造价的增加而提高的。从求解结果可以明显看出，NSGA2 算法在求解初期可以搜索到分布比较均匀的解，但是在搜索的后期，求得解的分布明显变差，算法陷入了局部最优。INSGA2 算法求得的解比 NSGA2 算法求得的解分布更均匀。

从图 8 分析得知，当管网造价投资为 4×10^6 时，INSGA2 管网系统节点冗余水头方差达到最小值为 12，当造价投资为 6×10^6 时的节点冗余水头方差降低到了 5；而造价同样为 4×10^6 时，NSGA2 系统的节点冗余水头方差则为 15，造价投资到 6×10^6 时节点冗余水头方差降低到 10。通过以上分析可知，在相同的管网造价下，INSGA2 算法求得的节点冗余水头方差比 NSGA2 求得的要低，也就是说在相同的造价下，INSGA2 求得的管网的可靠性相对 NSGA2 高。

基于上文对 SP 的定义，分别求出 NSGA2 算法与改进的 INSGA2 算法所求管网最优解的 SP 平均值，并与 SPEA、MOPSO 算法做了对比，见表 3。

表 3 SP 平均值对比

Tab. 3 Comparison of each mean value of SP

算法	INSGA2	NSGA2	SPEA	MOPSO
SP	0.386 74	0.465 39	0.430 2	0.420 72

从表 3 中数据可知，改进后的 INSGA2 算法求得的 SP 平均值要小于其余 3 种算法，证明了 INSGA2 算法求得解的分布性更优。

在工程应用中，管理者的经验和现实存在的一些特殊情况应该被考虑进去^[20]。首先要确保管网系统的水力约束条件，然后去寻找一个合理的管网优化方案。当管网建设的成本是考虑的首要因素时，应该采取投资小，管网系统节点冗余水头方差较大的方案；当管网系统的可靠性是考虑的首要因素而

不计较管网投资时,那么应该选取管网系统节点水头方差小的方案。从图4中选出由 INSGA2 求得的、在考虑上述3种不同情况下的有代表性的决策方案,供决策者参考以选择合适的施工方案,见表4。

表4 3种不同情况下的施工方案

Tab. 4 Construction schemes under three different cases

方案	造价	节点富余水头方差	管径组合
1	220 000	95	[10, 9, 8, 2, 8, 2, 8, 6]
2	300 000	30	[9, 11, 8, 3, 2, 6, 7, 2]
3	810 000	2	[8, 12, 10, 9, 6, 7, 5, 6]

6 结论

针对 NSGA2 算法在求解复杂的管网多目标优化问题时所求最优解分布不均匀使算法易陷入局部最优这一不足,本文做了以下研究:

首先,提出了一种改进型的 INSGA2 算法。该改进型算法引入了差分变异算子,利用差分向量的定向引导作用指引种群向着最优解方向搜索,从而提高算法的局部搜索能力。利用4组标准的测试函数 ZDT1-ZDT4 对 INSGA2 算法进行性能测试,仿真结果证明了该算法的有效性。

其次,针对双环管网水力运行特点,建立了基于经济性和节点富余水头方差来反映可靠性的管网多目标数学模型。将 INSGA2 应用于双环管网的多目标优化中,对比仿真结果表明,本文提出的 INSGA2 算法相较于原 NSGA2 算法能够求得分布更均匀的 Pareto 最优解,进一步验证了该改进型算法在求解复杂管网优化问题时也是有效的。

参考文献(References)

- [1] Prasad T D, Hong S H, Park N. Reliability based design of water distribution networks using multi-objective genetic algorithms[J]. Civil Engineering, 2003, 7(1): 351-361.
- [2] Idel Montalvo, Joaquín Izquierdo. Multi-objective particle swarm optimization applied to water distribution systems design: an approach with human interaction[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2010, 52(2): 1219-1227.
- [3] Doosun Kang. Multi-objective optimal design of dual water distribution network[J]. Water Distribution System Analysis, 2010, 75(425): 810-823.
- [4] Li M M, Liu S M, Zhang L, et al. Non-dominated sorting genetic algorithms-II based on multi-objective optimization model in the water distribution system[C]. Procedia Engineering, 2012, 37(4): 309-313.
- [5] Isabel Douterelo, Boxall, Peter Deines. Methodological approaches for studying the microbial ecology of drinking water distribution systems[J]. Water Research, 2014, 65(3): 134-156.
- [6] Wang M C, Dai G M, Hu H P. Improved NSGA-II algorithm for optimization of constrained functions[C]. 2010 International Conference on Machine Vision and Human machine Interface, 2010: 673-675.
- [7] 乔俊飞, 佟磊, 潘广源. 基于改进蚁群算法的Hanoi给水管网优化设计[J]. 控制工程, 2013, 20(3): 483-488.
Qiao J F, Tong L, Pan G Y. Design of Hanoi water distribution network based on improved ant colony optimization[J]. Control Engineering of China, 2013, 20(3): 483-488.
- [8] Wang L, Wang T G, Luo Y. Improved non-dominated sorting genetic algorithm NSGA-II in multi-objective optimization studies of wind turbine blades[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2011, 6(32): 739-748.
- [9] 黄宇斌, 袁景淇, 汪瑞清, 等. 数据驱动的上海市日需水量预报建模的研究[J]. 控制工程, 2010, 17(S1): 58-60.
Huang Y B, Yuan J Q, Wang R Q, et al. Data-driven Modeling for Daily Water Demand Forecast of Shanghai City[J]. Control Engineering of China, 2010, 17(S1): 58-60.
- [10] Wang J S, Li H Y, Zheng Z J. A novel strategy to preserve diversity in solving MOESs based on artificial emphasis on uniformity, IEEE International Conference on Intelligent Computing & Intelligent Systems, 2010: 812-816.
- [11] Roberta Fornarelli, Jason P. The impact of transfers on water quality and the disturbance regime in a reservoir[J]. Water Research, 2011, 45(1): 5873-5885.
- [12] Mohan S, Babu K S. Optimal water distribution network design with honey-bee mating optimization[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, 2010, 24(1): 117-126.
- [13] Zhang M, Zhang W G, Sun Y. Multi-objective strength Pareto chaotic differential evolution algorithm[J]. Control and Decision, 2012, 27(1): 41-48.
- [14] 刘昌芬, 韩红桂, 乔俊飞. 广义逆向学习方法的自适应差分算法[J]. 智能系统学报, 2015, 10(1): 377-385.
Liu C F, Han H G, Qiao J F. Self-adaptive DE algorithm via generalized opposition-based learning[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2015, 10(1): 377-385.
- [15] Zhang C S, Wang R T, Zhang B. Genetic algorithms for the QoS based multicast routing and wave length allocation problem in WDM network[J]. International Journal for Light and Electron Optics, 2014, 125(14): 3774-3780.
- [16] Li H Y, Su Y X. An improved density estimation method in NSGA2 [C]. International Conference on Automatic Control and Artificial Intelligence, 2012: 429-432.
- [17] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithms: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [18] 张浩, 朱云龙, 常春光. 基于NSGA2的高精铜板带配料优化问题[J]. 控制与决策, 2012, 27(7): 1071-1077.
Zhang H, Zhu Y L, Chang C G. Burdening optimization problem of high-precision copper strips based on NSGA II algorithm[J]. Control and Decision, 2012, 27(7): 1071-1077.
- [19] Raúl Baños, Consolación Gil. A Pareto-based memetic algorithm for optimization of looped water distribution systems[J]. Engineering Optimization, 2009, 42(3): 223-240.
- [20] Rahmani F, Behzadian K. Sequential multi-objective evolutionary algorithm for a real-world water distribution system design[J]. Procedia Engineering, 2014, 89: 95-102.