

# 旋转稳定弹弹道计算模型及软件研究(一)

## ——模型自动切换式旋转稳定弹弹道计算方法

陈 阳 泉

〔摘要〕 阐述了旋转稳定弹弹道计算的模型自动切换方法,它使得扰动弹道计算速度比单纯使用刚体六自由度模型的计算速度快很多倍并保持相同的计算精度。

〔叙词〕 旋转稳定弹药 外弹道计算 扰动 变换

本文是“旋转稳定弹弹道计算模型及软件研究”系列论文中的第一篇。该系列论文共包括三篇论文,其余两篇论文的题目是:

- 《旋转稳定弹弹道计算模型的简化研究》
- 《一个新的无控旋转弹弹道计算的刚体六自由度模型》

### 前 言

在旋转稳定弹外弹道的计算中,计算的经费和精度常常是一个大家都很关注的问题。精确的弹道模型例如刚体六自由度模型(R6D),由于太费时而在实际上很少得到应用。往往寻求省时而精度合乎实际需要的简化模型和计算方法。这便提出了弹道计算的模型与方法的研究问题。

祁载康和作者在[1]~[4]中提出了刚体六自由度模型(R6D)、简化六自由度模型(6D)、修正简化六自由度模型(6D<sub>m</sub>)、五自由度模型(5D)、修正五自由度模型(5D<sub>m</sub>)以及快速四自由度模型(4D)(下文中的4D均指快速四自由度模型)。大量的计算实践表明,对无控旋转稳定弹的名义弹道计算,在计算时间上4D比LOBS<sup>[5],[6]</sup>快40%,5D<sub>m</sub>比R6D快110倍以上,6D、6D<sub>m</sub>、R6D相当,5D与5D<sub>m</sub>相当。在计算精度方面,当全弹道上的攻角运动幅值较小(2°~5°)时,上述各模型的射程和侧偏的结果都较接近,以R6D的结果为考核标准,5D与5D<sub>m</sub>结果相同且与6D、6D<sub>m</sub>相同,但比4D结果稍好。当全弹道上的攻角运动幅值较大时(如长射程高射角弹道),5D<sub>m</sub>远比4D更接近R6D的结果。由于5D<sub>m</sub>中采取自适应积分步长的方法,5D<sub>m</sub>的计算时间仅比4D慢4~6倍,因此可以说,无论是在计算速度上还是在计算精度上,5D<sub>m</sub>已经在4D和R6D之间作了最好的折衷。

然而,对于扰动弹道只有用R6D模型才是适当的,这是因为:

(1) 4D采用攻角过程的稳态解来代替攻角过程,显然不适用计算扰动弹道。尽管可以(如LOBS)采用[7]建议的 $K_{10}$ 、 $K_{20}$ 来代替等效初始扰动,但仍是基于攻角运动的平均效应,虽可以更好地预测射程但射偏的预测是不能接受的。

(2) 5D<sub>m</sub>虽然修正了5D中的投影关系使得名义弹道预测结果更接近R6D,但5D<sub>m</sub>、5D

均是将复攻角微分方程中的快频特征根舍去由慢频特征根（主导特征根）重组成一阶复攻角微分方程并保证攻角运动稳态解不变来描述攻角过程的。这对于旋转稳定弹的名义弹道计算是完全可行的，因为此时攻角运动的快频分量远比慢频分量要小；但对扰动弹道计算是不适当的，因攻角快频分量在扰动开始阶段是显著的，对弹道影响较大。

(3)  $6D$ 、 $6D_m$ 是 $R6D$ 的近似模型，它们没有通过对弹体姿态的计算来描述攻角过程，而是直接近似地使用复攻角二阶微分方程来描述。由于它们与 $R6D$ 的计算时间相当而计算精度比 $R6D$ 差，自然不会用于扰动弹道的计算，可是， $6D$ 、 $6D_m$ 的形式比较简单，方便于一些气动系数辨识研究上<sup>[1]</sup>。

表1给出了一扰动弹道使用多种模型分别计算的结果比较。

表 1 不同计算方案比较

计算方案	射程(米)	射偏(米)	CPU时间(秒)
R6D	29237	1318.5	8383
$6D_m$	29226	1321.7	6810
$5D_m$	29418	1235.0	73
4D*	29218	981.6	53
$6D_m-5D_m$	29226	1320.3	805
$6D_m-4D$	29228	1327.5	778
$R6D-5D_m$	29237	1319	873
$R6D-4D$	29241	1325	856

计算条件: 155mm, ERFB MK10 MOD2,  $V_0=897\text{m/s}$

$\theta_E=45^\circ$ ,  $\alpha_0=10^\circ$ , 1BM/PC-XT+8087

\*注: 对应 $\alpha_0=10^\circ$ ,  $K_{10}=-1.94^\circ$ ,  $K_{20}=11.94^\circ$ , 此刻 $K_m=1.38$

参见 [1]、[4]。

## 1 模型切换式弹道计算的原理

为了解决旋转稳定弹弹道计算时间与计算精度的矛盾，本文提出了模型切换式弹道计算的方法。它能使扰动弹道的计算速度比单纯使用 $R6D$ 要快很多倍并且保持与 $R6D$ 相同的计算精度。

所谓模型切换式弹道计算，即指在一定条件满足时由一种弹道模型换用另一种弹道模型进行弹道计算。众所周知，对于稳定飞行器，扰动的影响会衰减。对于旋转稳定弹，初始扰动过渡过程会很快衰减。设衰减结束时刻为 $t_0$ ，不妨将此刻看成初始时刻，那么以后的弹道可以看成无扰动的名义弹道。这样，在 $t_0$ 时刻之前采用较精确的弹道模型如 $R6D$ 、 $6D_m$ 而在 $t_0$ 之后采用简化的弹道模型如 $4D$ 、 $5D$ 或 $5D_m$ ，显然是可行的。[1]中已经提出了模型切

换式弹道计算的思想,但它是由用户给定模型切换时间  $t_{sw}$  的方法。显然,一个不需用户干预的自动模型切换方法,才是人们希求的理想方法。

## 2 自动模型切换方法

模型自动切换的关键是判定扰动引起的攻角运动衰减到允许值的时间即切换时间。图1是一扰动弹道的全弹道侧滑角过程,由此易想一个简单的办法是不断比较全攻角  $\alpha_T$  的峰值与

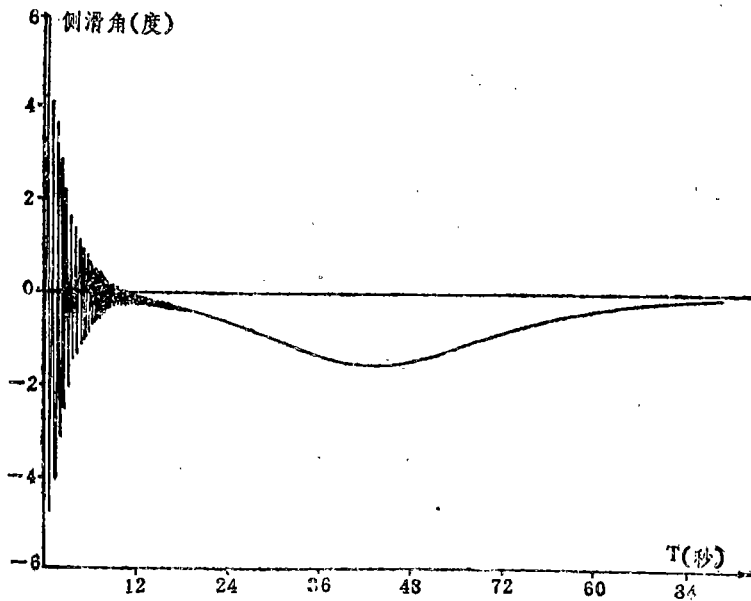


图1 全弹道上的扰动侧滑角过程(R6D结果)

谷值之差是否小于一给定小量  $\varepsilon$  (如0.005度)。当此差值小于  $\varepsilon$  时进行模型切换,之后不再作这种比较,峰值与谷值的获取可以通过比较当前  $\alpha_T$  与前一步及前两步积分时的  $\alpha_T$  三者之间的关系来实现;或者使用三点插值来较准确地得到  $\alpha_T$  的峰、谷值。当攻角过渡过程接近结束时,由于其峰、谷值较小,确定峰、谷值的误差所占的比例增大,即峰谷值的有效数位减小,加之峰、谷值较接近,所以峰、谷值的差值的有效数位成了问题;此外,每次确定峰、谷值时的误差不同,它们差值还可能波动,即不总出现理论上的单调减小。这样,这种方法不能可靠地判定攻角过渡过程的结束时刻。

另一个办法是通过判断全攻角的峰值是否持续增加来决定扰动过渡过程是否结束。也可以通过比较若干点(如100点)仍没有新的峰值来决定过渡过程是否结束。实践表明这比前述方法可靠,但不及下面介绍的方法。

刚体六自由度模型的计算代价主要是在于需要准确描述攻角的快频运动。只要这种快频过程结束就可以进行 R6D-5D<sub>m</sub> 模型切换(当切换时刻攻角较小且全弹道的顶点附近的攻角较小时,可以进行 R6D-4D 模型切换)。由文献 [7], 攻角快频运动模式的幅值  $K_2$  的公式为

$$K_2 = K_{20} \left( \frac{p_0/V_0}{K_{m0}} / \frac{P/V}{K_m} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{I_2} \quad (1)$$

其中,

$$\frac{dI_2}{dt} = -\frac{V}{l} \cdot \frac{H}{2} [1 + K_m(S_d - 1)] + \frac{K_m}{2} \left( \frac{\dot{p}}{p} - \frac{\dot{V}}{V} \right) \quad (2)$$

( $I_2$ 的初值为0)

$$K_m = (1 - S_g^{-1})^{-\frac{1}{2}} \quad \text{为放大因子} \quad (3)$$

$$S_g = P^2/4M \quad \text{为陀螺稳定因子} \quad (4)$$

$$S_d = 2T/H \quad \text{为动态稳定因子} \quad (5)$$

$$\dot{V} = \left( -\frac{1}{2} \rho V^2 S C_D - mg \sin \theta_v \right) / m \quad (6)$$

$K_{20}$ 为快频运动模态初始幅值

$p_0$ 、 $V_0$ 为弹的初始转速和初始速度

$p$ 、 $V$ 为弹的转速和速度

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \frac{I_x}{I_y} \cdot \frac{pl}{2V} \\ M = \frac{\rho S l}{2m} K_t^{-2} C_{m\alpha} \\ T = \frac{\rho S l}{2m} \left( C_{L\alpha} + \frac{1}{2} K_a^{-2} C_{m\beta\alpha} \right) \\ H = \frac{\rho S l}{2m} \left( C_{L\alpha} - C_D - \frac{1}{2} K_t^{-2} C_{m\alpha\alpha} \right) \end{array} \right. \quad (7)$$

$$K_a = (I_x/ml^2)^{\frac{1}{2}}, \quad K_t = (I_y/ml^2)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

$\rho$  为空气密度

$m$  为弹丸质量

$S$ 、 $l$  为弹丸参考面积和参考长度

$I_x$ 、 $I_y$  为弹的轴向与横向转动惯量

$C_D = C_{D0} + C_{D\alpha} \cdot \alpha_T^2$  为弹的全阻力

$C_{L\alpha}$  为线性升力系数

$C_{m\dot{\alpha}}$  为马格努斯力矩系数

$C_{m\alpha}$  为俯仰阻尼力矩系数

所以, 通过 (1) 式、(2) 式可以了解攻角快频运动幅值的衰减。当  $|K_2|$  小于某一给定  $\varepsilon$  时就可以认为快频分量衰减结束并进行模型切换。要指出的是, 由于 R6D 积分步长较小, (2) 式不必与弹道共同积分而仅使用一般的 Euler 法就行了。

攻角的扰动运动可近似为<sup>[1]</sup>

$$\tilde{\xi} = \tilde{K}_{10} e^{\tilde{Z}_1 s} + \tilde{K}_{20} e^{\tilde{Z}_2 s} \quad (9)$$

其中,  $s$  为弹道弧长,  $\tilde{Z}_2$ 、 $\tilde{Z}_1$  为快慢运动特征根。

$$\tilde{Z}_j = \lambda_j + i\phi_j' = \frac{1}{2} \left[ -H + iP \pm (4M + H^2 - P^2 - i \cdot 2P(2H - T))^{1/2} \right] \quad (10)$$

$$j = 1, 2$$

$$\tilde{\xi} = i\alpha + \beta \text{ 为复攻角}$$

所以,  $\tilde{\xi}_0$ ,  $\tilde{\xi}_0'$  与  $\tilde{K}_{10}$ ,  $\tilde{K}_{20}$  的转换关系为

$$\tilde{K}_{10} = (\tilde{Z}_2 \tilde{\xi}_0 - \tilde{\xi}_0') / (\tilde{Z}_2 - \tilde{Z}_1) \quad (11)$$

$$\tilde{K}_{20} = (\tilde{\xi}_0' - \tilde{Z}_1 \tilde{\xi}_0) / (\tilde{Z}_2 - \tilde{Z}_1) \quad (12)$$

$$(K_{10} = |\tilde{K}_{10}|, \quad K_{20} = |\tilde{K}_{20}|)$$

由于  $\lambda_j \ll \phi_j'$ ,  $\phi_1' < \phi_2'$ , 因此对于初始攻角扰动

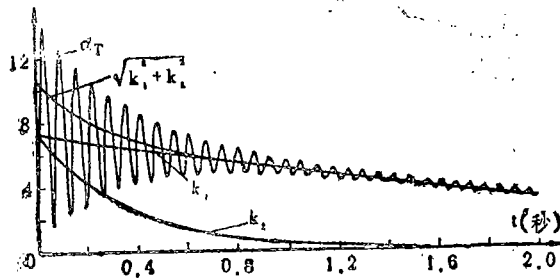
$$|\tilde{K}_{10}| = \frac{1}{2} (K_m + 1) |\tilde{\xi}_0| \quad (13)$$

$$|\tilde{K}_{20}| = -\frac{1}{2} (K_m - 1) |\tilde{\xi}_0| \quad (14)$$

对于初始角速度扰动

$$|\tilde{K}_{10}| = |\tilde{K}_{20}| = \frac{I_y}{I_x} \cdot \frac{K_m}{P} |\dot{\tilde{\xi}}_0| \quad (15)$$

至此, (1) 中的  $K_{20}$  的求取可由 (14)、(15) 式得到, 见图2。至于  $\tilde{\xi}_0$ 、 $\dot{\tilde{\xi}}_0$  与 R6D 初始扰动的换算详见文献 [1]。



$K_1$ ——攻角慢频运动分量 (4D 结果)  $K_2$ ——攻角快频运动分量 (4D 结果)  
 $\sqrt{K_1^2 + K_2^2}$ ——平均攻角运动效应 (4D 结果)  $\alpha_T$ ——全攻角 (R6D 结果)

图 2 角速度扰动下攻角过渡过程的比较

这样, 在模型切换时刻快频攻角运动分量很小, 可以切换成  $5D_m$  或  $4D$ 。此时刻的攻角值应作为  $5D_m$  的攻角初值或换算成  $4D$  所需的  $K_{10}$ 、 $K_{20}$  再进行弹道计算。

### 3 程序 D456R6

基于自动模型切换式弹道计算的思想 and 多种弹道模型的研究, 作者完成了多功能弹道预测软件 D456R6。它享用了 SRC LOBS 的所有优点修正了其错误。D456R6 不仅包含了  $4D$ 、 $5D$ 、 $5D_m$ 、 $6D$ 、 $6D_m$ 、 $R6D$  以及  $6D_m-5D_m$ 、 $R6D-5D_m$ 、 $6D_m-4D$ 、 $R6D-4D$  自动模型切换计算方法, 而且与 LOBS 完全向下兼容。所有增强的内容均由原 LOBS 中的参数 ISG 来控制 (见表 2)。学习使用方便灵活。重要的是, 不同的弹道模型与弹道计算方法之间真正具有了计算可比性。这是因为弹道积分、大气特性、气动特性等模块都是共用的, 不同的仅仅是弹道方程。D456R6 还具有都好的自动化图形交互。D456R6 是弹道研究的有益工具, 其开放性、结构性与可移植性可生长性亦是良好的。目前的版本能在 IBM/PC 及 VAX 系列计算机上运行。

### 4 结 论

本文提出了旋转稳定弹道计算的自动模型切换原理及方法, 使得扰动弹道的计算速度比单纯使用 R6D 要快数倍以上, 并且计算精度与 R6D 相同。本文的工作对于研究弹道的随机响应、散布分析以及气动辨识等都是有用的。

**致谢:** 作者感谢祁载康教授的有力指导, 本文的部分工作得到过 SRC 的资助, 在模型切换技术与杨志远高级工程师进行过有效的讨论。

表2 D456R6模型使用选择表

LOBS <sub>ISG</sub>	模 型 选 用
0	4D
1	4D (计算并输出 $S_z$ )
2	4D (考虑扰动攻角阻力, $K_{10}$ 、 $K_{20}$ )
3	5D-5D <sub>m</sub> 切换
4	同2, 但使用5D <sub>m</sub>
5	6D-6D <sub>m</sub> 切换
6	5D
7	5D <sub>m</sub>
8	6D
9	6D <sub>m</sub>
10	6D <sub>m</sub> -5D <sub>m</sub> 切换
11	6D <sub>m</sub> -4D 切换
-1	R6D
-2	R6D-4D 切换
-3	R6D-5D <sub>m</sub> 切换

## 参 考 文 献

[1] 陈阳泉, 《飞行器仿真研究和靶道气动系数辨识》, 北京理工大学硕士研究生论文, 1988年4月。

[2] Qi, Zai-Kang and Chen, Yang-Quan, A six degree of freedom Projectile model and program LOB6, SRC-TM-87678, sept, 1987.

[3] Qi, Zai-Kang and Chen, Yang-Quan, A 5D model for calculating high elevation projectile trajectories and an accurate 4D model, SRC-TM-87677, Sept, 1987.

[4] Qi, Zai-Kang and Chen, Yang-Quan, Initial disturbances and dynamic imbalance effects on projectile trajectory, SRC-TM-87679, Oct, 1987.

[5] D.Lyster, Program LOBS', SRC-R-109.

[6] Lieske, Equation of motion for a modified point mass trajectory, BRL Report No.1314, Mar, 1966.

[7] C.H.Murphy, Free flight motion of symmetric missiles, BRL Report No.1216, July, 1963.