

旋转稳定弹道计算模型及软件研究(二)

——旋转稳定弹道计算模型简化研究

陈 阳 泉

〔摘要〕提出了旋转稳定弹道计算简化模型：简化六自由度模型（6D）、修正简化六自由度模型（6D_m）、五自由度模型（5D）、修正五自由度模型（5D_m）及快速四自由度模型（4D）。5D_m的大攻角名义弹道计算结果远比4D更接近标准刚体六自由度模型的结果。4D比SRC LOBS快40%。5D_m是4D与标准刚体六自由度模型之间的一个很好的折衷模型。

〔叙词〕旋转稳定弹药 弹道计算 弹道模型 软件

1 引 言

在外弹道研究的不同阶段或不同场合，使用适当的简化弹道模型往往能带来益处。在当前计算技术条件下，弹道计算模型的简化研究仍然是有现实意义的。通常使用的刚体六自由度模型（R6D）^{〔1〕}，实际上是用一组微分方程准确地描述了一个多变量时变非线性耦合无控系统——旋转稳定弹丸的飞行过程。R6D形式上不利于对弹的运动作适当的理论定性分析。所以，用C.H.Murphy建议的复攻角微分方程^{〔2〕}近似地描述R6D得到了广泛的接受。本文细心推导了与〔2〕形式相似的复攻角微分方程，包含了比〔2〕更多的内容。由此得到了简化六自由度模型（6D）。这种简化的本质在于对攻角过程的描述的近似。通过对投影关系的修正，得到了修正6D（6D_m），它是在6D基础上对R6D攻角过程的二阶近似。

R6D的计算结果准确在于它对攻角运动的准确描述，但由于角运动中快频与慢频的耦合，计算代价很高。4D中的攻角过程以动力平衡角 $\bar{\alpha}_0$ （yaw of repose）来代替^{〔3〕}，这实质上是攻角运动的稳态解。4D的计算步长能达到R6D的1/500即4D要比R6D快500倍左右。而且，大量计算实践表明，当全弹道上的最大攻角 $\alpha_{T,max}$ 较小时（2°~5°），4D的名义弹道结果（射程、射偏）与R6D的结果非常接近。所以在计算名义弹道方面，4D得到了更广泛的应用。自Lieske^{〔4〕}提出修正质点弹道的方程以来，关于4D弹道计算软件相继完成。我国从SRC引进的程序LOB^{〔5〕}、LOBS^{〔6〕}就是这样的商品软件。LOB中以复攻角微分方程的线性稳态解来描述名义弹道计算中的重力引起的攻角运动过程。LOBS中的复攻角微分方程中考虑了非线性气动力因素，使用较复杂的迭代求取 $\bar{\alpha}_0$ 。计算精度得到改善。1987年，祁载康在SRC分析了Lieske平衡攻角公式中坐标系间的关系，提出了求解Lieske平衡攻角方程的一个快速算法，比SRC LOBS快40%^{〔7〕}。本文基于平衡攻角是复攻角运动微分方程的稳态解这一基本思想，从6D出发提出了一个新的快速四自由度模型（4D），它考虑了所有可能对 $\bar{\alpha}_0$ 有影响的因素。它与〔7〕、〔6〕的精度相同但亦比〔6〕快40%。

但在较大射高的情况下，由于空气密度的影响使得重力引起的攻角运动幅值增大，此时4D在射程射偏的计算上与R6D相差很大。可以认为这是此时较大的攻角运动不能被4D描述而造成的“系统误差”或“模型误差”。C.H.Murphy在[8]中试图通过某些修补来改善4D的结果但攻角的计算仍然是基于攻角运动的稳态解。可以试图在4D和R6D之间找一个折衷模型，既能改善4D的结果又比R6D显著地快速。这就是本文基于6D、6D_m所提出的5D、5D_m。

本文是这样安排的：第2部分重新推导了形式与[2]形式相似的6D；第3部分提出对6D的修正方案，形成6D_m；第4部分提出了5D及5D_m的原理和公式；第5部分是4D的提出。最后是结论，重点指出在计算无扰动弹道（名义弹道）时5D_m的优越性。

2 简化六自由度模型（6D）

为便于研究，这里不采用R6D^[1]而使用与[2]中相似的简化六自由度模型。这是由于在6D中攻角作为状态变量，由复攻角微分方程描述而在R6D中攻角仅是由几何关系方程来决定的，不利于模型简化的研究。

2.1 复攻角微分方程

与R6D不同，这里攻角定义见图2.1。定义准速度坐标系（QVCS）及准弹体坐标系（QBCS），它们与地面坐标系（ECS）的关系见图2.3。QVCS中坐标 $[X_v, Y_v, Z_v]^T$ 与ECS中坐标 $[X_e, Y_e, Z_e]^T$ 的转换关系为：

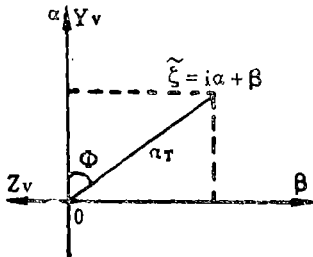


图2.1 攻角定义

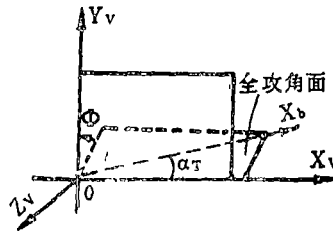


图2.2 全攻角与全攻角面

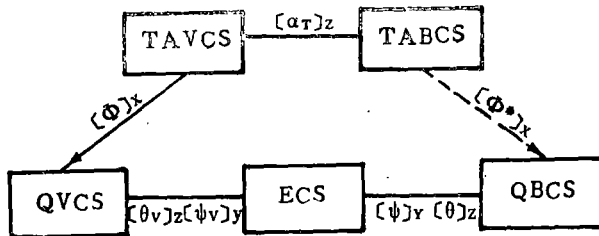


图2.3 坐标系之间的关系

$$[X_v, Y_v, Z_v]^T = L_z(\theta_v) \cdot L_y(\psi_v) \cdot [X_e, Y_e, Z_e]^T \tag{1}$$

$X_v O Y_v$ 为垂直于地面的平面,全攻角 α_T 定义见图2.2。 α_T 总为正, Φ 为全攻角平面 $X_b O$ 与 $X_v O Y_v$ 的夹角。 X_b 为弹轴, X_v 正方向为弹速度 \vec{v} 的方向。记 $\tilde{\xi} = i\alpha + \beta$ 为复攻角,则 $\alpha_T = (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2} = |\tilde{\xi}|$ 又记

$$\begin{cases} \overline{C_{L\alpha}} = C_{L\alpha} + C_{L\alpha^3} \cdot \alpha_T^2, & \overline{C_{y_p\alpha}} = C_{y_p\alpha} (pl/2v) \\ \overline{C_{m\alpha}} = C_{m\alpha} + C_{m\alpha^3} \cdot \alpha_T^2, & \overline{C_{mqa}} = C_{mqa} (l/2v) \\ \overline{C_{m_p\alpha}} = C_{m_p\alpha} (pl/2v), & \overline{C_d} = C_{d\phi} + C_{d\alpha} \cdot \alpha_T^2 \end{cases} \quad (2)$$

和

$$\begin{cases} a_1 = QS \cdot \overline{C_{L\alpha}} / mu, & a_2 = QS \cdot \overline{C_{y_p\alpha}} / mu \\ b_1 = QS l \cdot \overline{C_{m\alpha}} / I_y, & b_2 = QS l \cdot \overline{C_{m_p\alpha}} / I_y \\ b_3 = QS l \cdot \overline{C_{mqa}} / I_y, & b_4 = I_x \cdot p / I_y \end{cases} \quad (3)$$

由飞行力学原理,弹质心运动的动力学方程为,

$$\begin{cases} d\theta_v / dt = a_1 \alpha + a_2 \beta - g \cos \theta_v / u \\ d\psi_v / dt = a_1 \beta - a_2 \alpha \end{cases} \quad (4)$$

记 ω_y 、 ω_z 为弹体转动角速度,忽略 ω_y ω_z 交叉项得弹绕质心转动的动力学方程

$$\begin{cases} d\omega_z / dt = b_1 \alpha + b_2 \beta + b_3 \omega_z + b_4 \omega_y \\ d\omega_y / dt = b_1 \beta - b_2 \alpha + b_3 \omega_y - b_4 \omega_z \end{cases} \quad (5)$$

当攻角不过分大时,近似地有

$$\begin{cases} \alpha \approx \theta - \theta_v \\ \beta \approx \psi - \psi_v \end{cases} \quad (6)$$

由式(4)、(6)得到

$$\begin{cases} \omega_y = \dot{\beta} + a_1 \beta - a_2 \alpha \\ \omega_z = \dot{\alpha} + a_2 \beta + a_1 \alpha - g \cos \theta_v / u \end{cases} \quad (7)$$

式(7)两边对时间t求导并忽略各气动系数以及 $g \cos \theta_v / u$ 项对时间t的导数,显然有

$$\begin{cases} \dot{\omega}_y = \ddot{\beta} - a_2 \dot{\alpha} + a_1 \dot{\beta} \\ \dot{\omega}_z = \ddot{\alpha} + a_1 \dot{\alpha} + a_2 \dot{\beta} \end{cases} \quad (8)$$

由式(5)、(7)、(8)并记

$$\begin{cases} A = a_1 - b_3, & C = b_1 + a_1 b_3 - a_2 b_4 \\ B = b_4 - a_2, & D = b_2 + a_2 b_3 + a_1 b_4 \end{cases} \quad (9)$$

则有 $\ddot{\alpha} + A \dot{\alpha} - B \dot{\beta} - C \alpha - D \beta = -b_3 g \cos \theta_v / u$ (10a)

$$\ddot{\beta} + A\dot{\beta} + B\dot{\alpha} - C\beta + D\alpha = b_4 g \cos \theta_v / u \quad (10b)$$

由式(10b) + 式(10a) · i, 得到

$$\ddot{\tilde{\xi}} + (A - iB)\dot{\tilde{\xi}} - (C + iD)\tilde{\xi} = \tilde{D}_g \quad (11)$$

其中, $\tilde{D}_g = (b_4 - ib_3) g \cos \theta_v / u$, 称为重力驱动项。式(11)为时间域的复攻角运动微分方程。由此不难得到以弹道弧长 s 为自变量的 s -域复攻角运动微分方程。采用[2]中的记号

$$\tilde{\xi}'' + (H - iP)\tilde{\xi}' - (M + iPT)\tilde{\xi} = \tilde{D}_g \cdot \left(\frac{1}{u^2}\right) \quad (12)$$

其中,
$$\begin{cases} H = \bar{A}/u, & P = B/u \\ M = C/u^2, & PT = D/u^2 \end{cases} \quad (13)$$

$$(\dot{\bullet})' = d(\bullet)/ds, \quad (\ddot{\bullet}) = d(\dot{\bullet})/dt \quad \text{则}(\ddot{\bullet}) = u \cdot (\dot{\bullet})'$$

由于
$$(\bullet)'' = (\ddot{\bullet})/u^2 - (\dot{\bullet})' \dot{u}/u \quad (14)$$

所以
$$\bar{A} = (QS/mu) (\bar{C}_{L\alpha} - \bar{C}_d - mg \sin \theta_v / QS) - b_3 \quad (15)$$

可见, (12式)与[2]中的形式很相似但要比[2]中的公式精度高。主要是多了马格努斯力项、升力与俯仰阻尼力矩交叉项、马格努斯力与陀螺力矩交叉项以及马格努斯力与俯仰阻尼力矩交叉项等。

2.2 弹道计算模型

在ECS中建立弹质心运动的动力学方程

$$\begin{aligned} \dot{\vec{u}} = & -\frac{\rho S}{2m} \vec{v} \cdot \vec{v} \cdot \vec{C}_d + \frac{\rho S}{2m} v^2 \bar{C}_{L\alpha} \vec{\alpha}_e - \frac{\rho S}{2m} v \bar{C}_y^* P_\alpha (\vec{\alpha}_e \times \vec{v}) \\ & + \vec{g} + \vec{\Lambda} + \vec{g}'' + \vec{F}_t \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\vec{v} = \vec{u} - \vec{w}$, $v = \|\vec{v}\|$, $u = \|\vec{u}\|$

$\bar{C}_y^* P_\alpha = C_{yP\alpha} (\rho l / 2v) + C_{yP\alpha} \cdot \delta$ 为有效马格努斯力系数;

$C_{y\delta\alpha} \cdot \delta$ 为无控小舵的影响;

$\vec{\alpha}_e$ 为动力平衡角, 是 α_T 在ECS中的投影。由图2.1~图2.3有

$$\vec{\alpha}_e = \begin{pmatrix} \alpha_{ex} \\ \alpha_{ey} \\ \alpha_{ez} \end{pmatrix} = L_y(-\psi_v) \cdot L_z(-\theta_v) \cdot L_x(\Phi) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \alpha_T$$

$$\begin{cases} \alpha_{ex} = (-\cos\psi_v \cdot \sin\theta_v \cos\Phi - \sin\psi_v \sin\Phi) \cdot \alpha_T \\ \alpha_{ey} = (\cos\theta_v \cos\Phi) \cdot \alpha_T \\ \alpha_{ez} = (\sin\psi_v \sin\theta_v \cos\Phi - \cos\psi_v \sin\Phi) \alpha_T \end{cases} \quad (17)$$

其中由定义, $\sin\Phi = \beta/\alpha_T$, $\cos\Phi = \alpha/\alpha_T$

弹的转动方程为

$$\dot{p} = (C_{IP} \cdot p_l/2v + C_{L\delta} \cdot \delta) QS l/I_x \quad (18)$$

其中 $C_{L\delta} \cdot \delta$ 为无控小舵的影响。

最后还有弹的质心运动学方程(ECS中)

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \vec{u} \quad (19)$$

积分(16)、(19)、(18)和(11)式就构成了简化六自由度模型(6D)。如果弹有底排或火箭喷推时,还应附加一个微分方程

$$dm/dt = -m_c$$

其中 m_c 为秒流量。需要指出的是,6D仅是R6D的一个近似。

3 修正简化六自由度模型(6D_m)

6D与R6D的近似仅是在于对攻角过程的描述上。6D在式(6)、(7)处作了近似。当攻角幅值较大时,模型的误差将加大。必须对6D进行修正。

参见图2.3, QVCS与QBCS间的关系可以由 $L_x(\Phi^*) L_z(\alpha_1) L_x(-\Phi)$ 进行坐标转换。这里 Φ^* 是与 θ_v 、 ψ_v 、 θ 、 ψ 有关的非独立角,一般与 Φ 不相等。但是为了避免求弹的姿态角,根据QVCS与QBCS之间的空间关系,可以近似认为 Φ^* 与 Φ 相同。记

$$\phi(\Phi, \alpha_T, -\Phi) = L_x(\Phi) \cdot L_z(\alpha_T) \cdot L_x(-\Phi)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\alpha_T & \sin\alpha_T \cos\Phi & -\sin\alpha_T \sin\Phi \\ -\sin\alpha_T \cos\Phi & \cos\alpha_T \cos^2\Phi + \sin^2\Phi & -\cos\alpha_T \sin\Phi \cos\Phi + \sin\Phi \cos\Phi \\ \sin\alpha_T \sin\Phi & -\cos\alpha_T \sin\Phi \cos\Phi + \sin\Phi \cos\Phi & \cos\alpha_T \sin^2\Phi + \cos^2\Phi \end{pmatrix}$$

$$\text{所以, } \begin{bmatrix} \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \phi_2(\Phi, \alpha_T, -\Phi) \begin{bmatrix} -\dot{\Phi} \\ \dot{\psi}_v \\ \dot{\theta}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_T \sin\Phi \\ \dot{\alpha}_T \cos\Phi \end{bmatrix} \quad (20)$$

其中 $\phi_2(\Phi, \alpha_T, -\Phi)$ 是 $\phi(\Phi, \alpha_T, -\Phi)$ 的第2.3行组成的 2×3 矩阵。将其进行 Taylor 展

开并取前3项有:

$$\phi_2(\Phi, \alpha_T, -\Phi) = \begin{pmatrix} -\alpha \left(1 - \frac{\alpha_T^2}{6} + \frac{\alpha_T^4}{120} \right) & 1 + \alpha^2 \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \\ \beta \left(1 - \frac{\alpha_T^2}{6} + \frac{\alpha_T^4}{120} \right) & -\alpha\beta \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \\ & -\alpha\beta \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \\ & 1 + \beta^2 \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \end{pmatrix} \quad (21)$$

所以 ω_y 、 ω_z 的修正公式为

$$\begin{cases} \omega_y = \dot{\beta} + \dot{\psi}_v + \Delta y \\ \omega_z = \dot{\alpha} + \dot{\theta}_v + \Delta z \end{cases} \quad (22)$$

其中,

$$\begin{cases} \Delta y = - \left(-\frac{\alpha_T^2}{6} + \frac{\alpha_T^4}{120} \right) \alpha \dot{\Phi} + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \alpha^2 \dot{\psi}_v - \alpha\beta \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \dot{\theta}_v \\ \Delta z = \left(-\frac{\alpha_T^2}{6} + \frac{\alpha_T^4}{120} \right) \beta \dot{\Phi} + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \beta^2 \dot{\theta}_v - \alpha\beta \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \dot{\psi}_v \end{cases} \quad (23)$$

由 $\sin\Phi = \beta/\alpha_T$ 及 $\cos\Phi = \alpha/\alpha_T$ 知

$$\dot{\Phi} = [\dot{\beta} - \beta\dot{\alpha}_T/\alpha_T] / \alpha \quad \text{或} \quad \dot{\Phi} = -(\dot{\alpha} - \beta\dot{\alpha}_T) / \beta \quad (24)$$

并且由 $\alpha_T^2 = \alpha^2 + \beta^2$ 有

$$\dot{\alpha}_T = (\alpha \cdot \dot{\alpha} + \beta \cdot \dot{\beta}) / \alpha_T \quad (25)$$

以上对角速度的投影关系作了修正, 还需对力矩的投影进行类似的修正。在QVCS中记

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{QVCS} = \begin{bmatrix} b_1\beta - b_2\alpha \\ b_1\alpha + b_2\beta \end{bmatrix} \mathbf{I}_y$$

则在QBCS中近似地有

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{QBCS} \approx \Phi_2(\Phi, \alpha_T, -\Phi) \begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{QVCS}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \begin{bmatrix} \alpha^2 & -\alpha\beta \\ -\alpha\beta & \beta^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -b_2 & b_1 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \mathbf{I}_y + \begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{QVCS} \\
 &= \left(-\frac{1}{2} + \frac{\alpha_T^2}{24} \right) \begin{bmatrix} -\alpha \\ \beta \end{bmatrix} b_2 \alpha_T^2 \mathbf{I}_y + \begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{QVCS} \tag{26}
 \end{aligned}$$

忽略 Δy 、 Δz 对时间的导数, 则式(11)中其余部分不变, 可仅将 \tilde{D}_g 改为 \tilde{D}_g^* ,

$$\begin{aligned}
 \tilde{D}_g^* &= (b_4 - ib_3) g \cos \theta_v / u + (b_3 + ib_4) (\Delta y + i\Delta z) + \\
 & (i\beta - \alpha) \left(-\frac{1}{2} + \alpha_T^2 / 24 \right) b_2 \alpha_T^2 \tag{27}
 \end{aligned}$$

将式(11)改为 $\ddot{\tilde{\xi}} + (A - iB) \dot{\tilde{\xi}} - (C + iD) \tilde{\xi} = \tilde{D}_g^*$ (28)

积分式(16)、(19)、(18)、(28)就是修正6D模型(6D_m)。

4 五自由度模型(5D)与修正五自由度模型(5D_m)

旋转稳定弹的名义弹道计算中, 攻角的快频运动分量要远小于慢频运动分量。5D的基本思想在于仅仅考虑慢频攻角运动这个主要矛盾, 忽略快频攻角运动。实践表明这是可行的。

从s-域的6D出发, 式(12)是非强时变的。在固定时刻, 式(12)可看成线性定常子系统, 其主导特征根即慢频特征根为

$$\tilde{Z}_s = \lambda_s + i\Phi'_s \tag{29}$$

其中, $\left[\begin{array}{l} \Phi'_s = \frac{1}{2} [P - (P^2 - 4M)^{1/2}] \\ \lambda_s = -\frac{1}{2} [H + (2PT - PH) / (P^2 - 4M)^{1/2}] \end{array} \right]$ (30)

式(12)的稳态解为

$$\tilde{\xi}_g = -\tilde{D}_g \{ u^{-2} / (M + iPT) \} \tag{31}$$

为使式(12)保持稳态解 $\tilde{\xi}_g$ 不变同时又仅保留慢频特征根, 显然应有

$$\tilde{\xi}' - \tilde{Z}_s \tilde{\xi} = -\tilde{Z}_s \tilde{\xi}_g \tag{32}$$

将上式变换至时间域并记 $\tilde{W} = -u \cdot \tilde{Z}_s \tilde{\xi}_g$ 则

$$\dot{\tilde{\xi}} - u \tilde{Z}_s \tilde{\xi} = \tilde{W} \tag{33}$$

这样, 积分式(16)、(18)、(19)、(33)即是5D模型。

修正5D很简单, 只要将式(31)中的 \tilde{D}_g 代以 \tilde{D}_g^* 即实现了5D_m。在攻角不太大时($<15^\circ$), 使用5D而当攻角很大时才使用5D_m, 这样可以避免不必要的计算。由于 ϕ' 实质上代表了5D或5D_m简化系统的特征频率, 积分步长h的公式可为

$$h = 2\pi u / (\Phi' N), \quad (N = 30 \sim 40) \quad (34)$$

由上式可进行自适应步长积分, 大大减少计算时间。图4.1为5D_m的建议积分步长h ($V_0 = 795$ m/s; QE = 72°; 名义弹道)。图4.2为初始扰动($\alpha_0 = 10^\circ$)下, 5D与R6D的攻角时间曲线对比 ($V_0 = 897$ m/s QE = 45°)。计算使用SRC 155mm, ERFB MK10 MOD2弹。

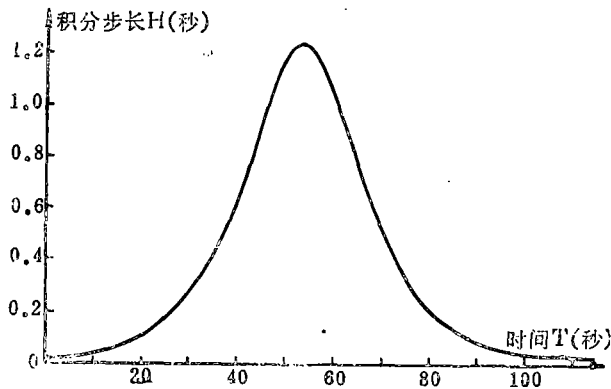


图4.1 建议积分步长h-T曲线 (N=40)

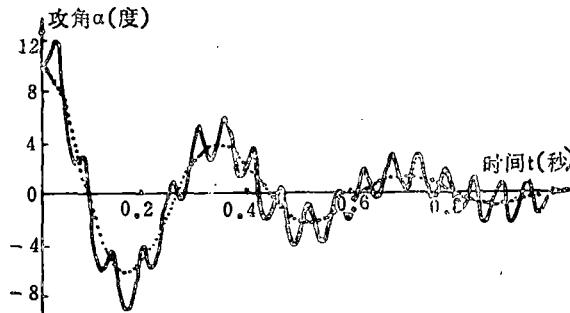


图4.2 R6D、5D攻角扰动($\alpha_0 = 10^\circ$)过渡过程比较

5 快速四自由度模型(4D)

这里的4D仅考虑式(11)的稳态解 $\tilde{\xi}_g$, 见式(31)。积分式(16)、(18)、(19)就可得到4D弹道诸元。积分过程中要解式(31)来得到攻角, 由于 $\tilde{\xi}_g$ 实际上包含了与 $|\tilde{\xi}_g|$ 有关的非线性气动系数, 所以式(31)为一非线性代数方程, 可以写作

$$\tilde{\xi}_g = f(|\tilde{\xi}_g|) \quad (35)$$

其中 $|\tilde{\xi}_g| = \alpha_{T_0}$

式(35)一般要使用迭代法来求取 $\tilde{\xi}_g$ 。幸运的是,只须采用一般简单迭代法即使用上次积分的 $\tilde{\xi}_g$ 作为当前积分中的迭代初值,式(35)会很快收敛到当前 $\tilde{\xi}_g$ 值。实践表明,在给定迭代出口精度下(如 10^{-7} 弧度),所需的计算花费很小,一般仅需几次迭代。从式(35)得到 $\tilde{\xi}_g$ 后,可得到 α_T 、 Φ 代入式(17)即可得到 α_0 。

本文所得到的4D可以说是非常“精确”的4DOF模型,所有对 α_0 有影响的因素都已考虑到。计算表明,本文4D与[6]、[7]的结果精度相同,但比[6]快40%。

6 结 论

从表1、表2可以看出,在计算名义弹道上,6D与5D、6D_m与5D_m的结果精度分别相当。

表 1 155mmERFB弹4D、5D和R6D结果比较

	$V_0=897\text{m/s}$ $QE=65^\circ$		$V_0=266\text{m/s}$ $QE=72^\circ$	
	射程 (m)	侧偏 (m)	射程 (m)	侧偏 (m)
R6D	25818	1698	3446	254
5D	25819 (+1)	1701 (+3)	3448 (+2)	255 (+1)
4D	25891 (+73)	1782 (+84)	3463 (+17)	264 (+10)
$\alpha_{T \max}$	14°		21°	

表 2 155mm ERFB弹, $V_0=795\text{m/s}$, $QE=72^\circ$, $\alpha_{T \max}=28^\circ$

	R6D	5D	6D	5D _m	4D
射程 (m)	15889	15930 (+41)	15928 (+39)	15884 (-5)	15903 (+14)
侧偏 (m)	1527	1508 (-19)	1508 (-19)	1514 (-13)	1623 (+96)
CPU	10284	1523.6	7725.0	91*	17.3

•注:为自适应步长计算,其余为定步长。计算在IBM/PCXT上进行,有8087

5D_m在攻角较大时明显地改善了5D、4D的结果。5D_m在4D和R6D之间作了很好的折衷,无论是在计算速度上还是在计算精度上。采用自适应步长积分时,5D_m仅比4D慢4~6倍而比R6D快110倍以上。图5.1、图5.2是 $\beta-\alpha$ 曲线比较及全攻角曲线比较,可以看出,5D_m是一个有实际应用意义的弹道计算模型。4D的推导思路清晰,还比SRC LOBS快40%。

本文的工作实际上是寻求名义弹道既快又准的计算方法。关于扰动弹道的既快又准的计算方法见[9]。

致谢:本文作者感谢祁载康教授的有力指导及SRC上下的友好支持。

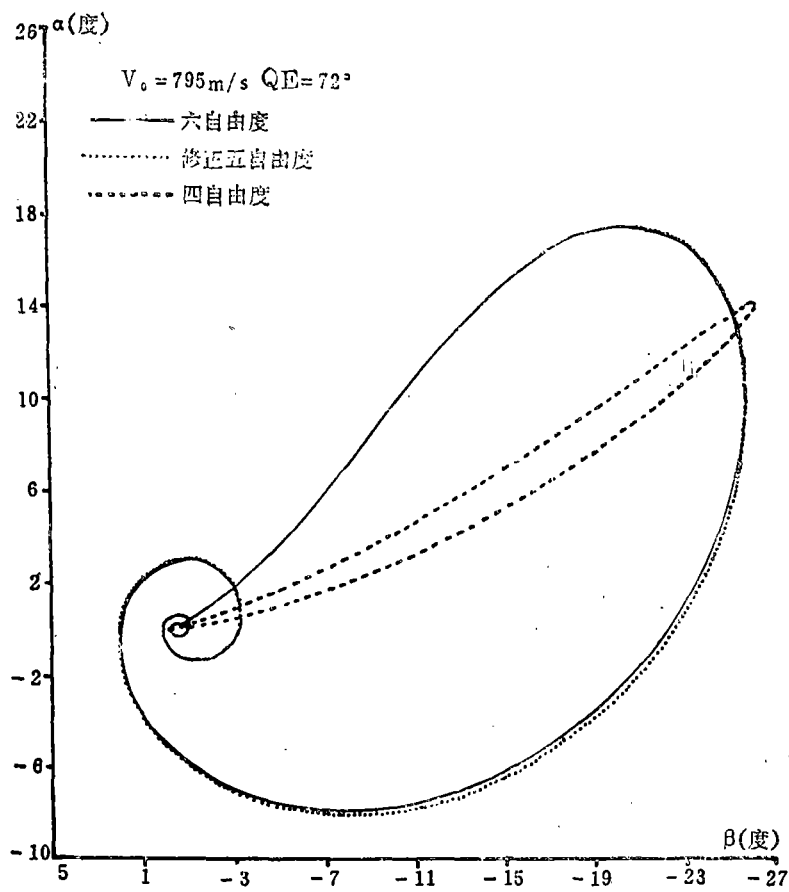


图5.1 ERFB弹道计算 β - α 曲线比较

符 号 表

\vec{v} 弹丸相对风的速度

\vec{u} 弹丸速度

S 参考面积, $S = \frac{\pi}{4} l^2$

p 弹丸转速

θ_v, ψ_v 弹丸速度 \vec{V} 相对地
面的倾角与偏角

$C_{d\alpha^2}$ 攻角诱导阻力系数

$C_{L\alpha^3}$ 立方升力系数

$C_{m\alpha^3}$ 立方翻转力矩系数

C_{yPa} 马格努斯力系数

C_{mPa} 马格努斯力矩系数

\vec{w} 风的速度

$Q = \frac{1}{2} \rho v^2$ 动压头

l 参考长度(弹径)

I_x, I_y 弹的轴向与横向转动惯量

θ, ψ 弹体俯仰、偏航姿态角

C_{d0} 零攻角阻力系数

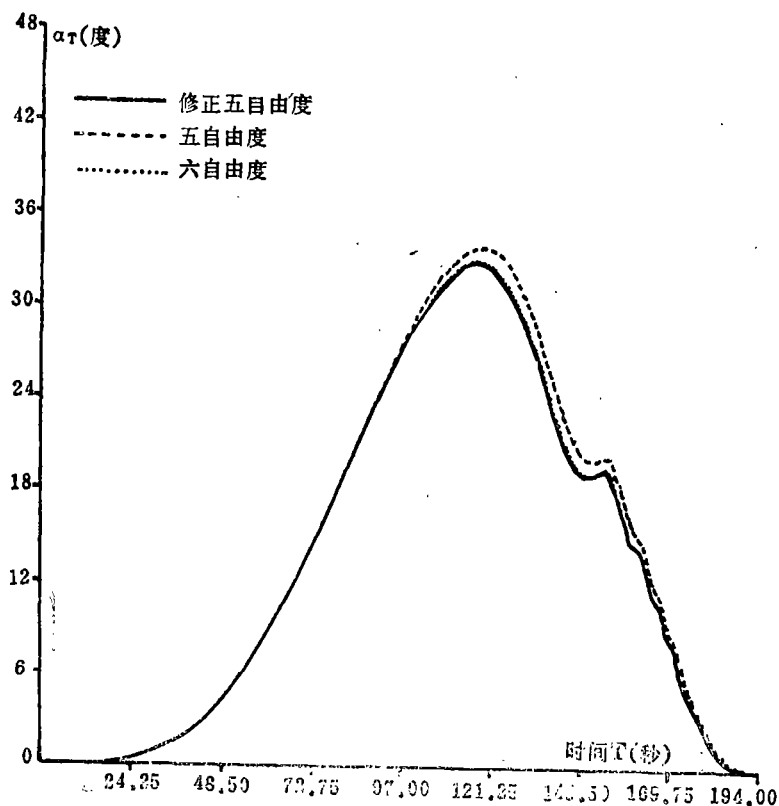
$C_{L\alpha}$ 线性升力系数

$C_{m\alpha}$ 线性翻转力矩系数

C_{mqa} 俯仰阻尼力矩系数

C_{y^*Pa} 有效马格努斯力系数

C_{m^*Pa} 有效马格努斯力矩系数



(巴黎大炮道弹计算 $V_0 = 1646 \text{ m/s}$ $\theta_E = 50^\circ$ (°))

图5.2 全攻角 α_T 与时间 t 曲线比较

C_{IP} 滚转阻尼力矩系数

C^*_{IP} 有效滚转阻尼力矩系数

δ 小舵翼片的斜置角

\vec{F}_t 发动机推力矢量

$[X, Y, Z]^T$ 弹丸在ECS中的位置

m 弹丸质量

\vec{g} 重力加速度

$\vec{\Lambda}$ 柯氏加速度

\vec{g}'' 离心加速度

TAVCS 全攻角速度坐标系

TABCS 全攻角弹体坐标系

主要参考文献

(1) Qi, Zai Kang (祁载康)、Chen, Yang Quan (陈阳泉), A Six Degree of Freedom Projectile Model And Program LOB6, SRC-TM-87678, Sept, 1987.

(2) C.H.Murphy, Free Flight Motion of Symmetric Missiles, BRL Report No. 1216, July, 1963

(3) D.Lyster, Program LOBS—A Modified Point Mass Trajectory Program, SRC-CP-79109-B, Nov, 1979, Rev. B, Mar, 1988